موضوع بحث:

1- تحلیل استاتیکی: تحلیل استاتیکی زمانی است که بار وارده نسبت به زمان تغییر نکند یا بسیار کند باشد.

2- تحلیل دینامیکی :اینرسی جسم به میان میاید

برای تعیین بار دینامیکی چون تحلیل آن مشکل است یک بار استاتیکی معادل بار دینامیکی را در سازه بوجود آورده و سپس تحلیل استاتیکی را انجام می دهند. (بجز در حالاتی که خیلی مهم است)

1- تحلیل سازه های صفحه ای: به سازه ای گفته می شود که هم خودسازه و هم بارهای وارده بر آن در یک صفحه باشند.

2- تحلیل سازه های فضایی: به سازه ای گفته می شود که هم خودسازه و هم بارگذاری آن در یک صفحه قرار نداشته باشند.

مثلاً سقف یک ساختمان یک سازه فضایی است زیرا خود سقف در صفحه است ولی بار عمود بر آن یعنی وزن سقف عمود بر صفحه است که تشکیل فضا می دهد.

1- تحلیل خطی:

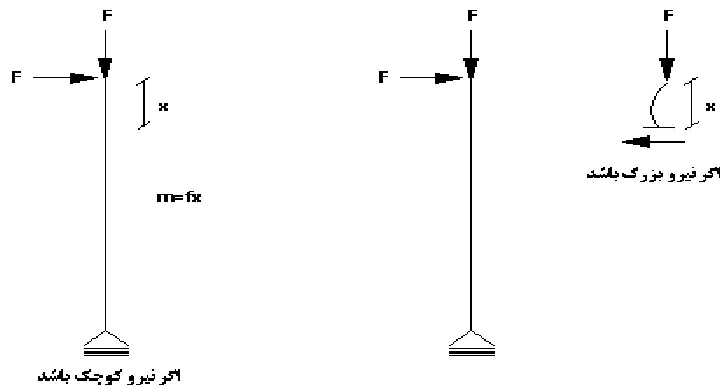
2- تحلیل غیر خطی:

دوفرض اساسی در تحلیل سازه:

1- مصالح تشکیل دهنده سازه از قانون هوک تبعیت می کند یعنی

2- تغییرات تنشی وکرنشی خطی است

3- تغییرات نرم سازه بسیار کوچک است



اگر دو فرض اساسی را داشته باشیم تحلیل خطی و اگر هر یک از آنها را نداشته باشیم تحلیل غیر خطی داریم. بر حسب اینکه کدامیک از این دو فرض را نداشته باشیم دو روش غیر خطی را داریم.

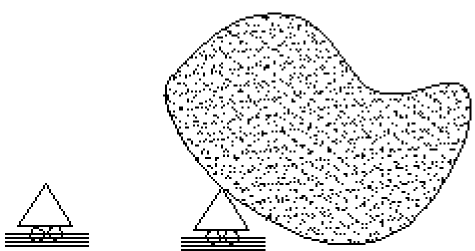
آنالیز غیر خطی:

آنالیز غیر خطی هندسی

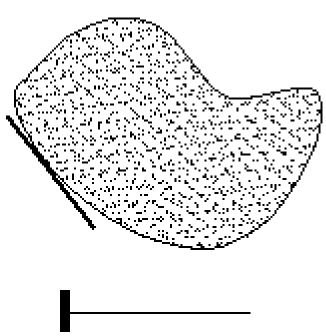
آنالیز غیر خطی مادی

1- تکیه گاه ساده یا مفصل دو مجهول را داریم، جابجایی در هر جهت صفر است ولی دوران داریم.

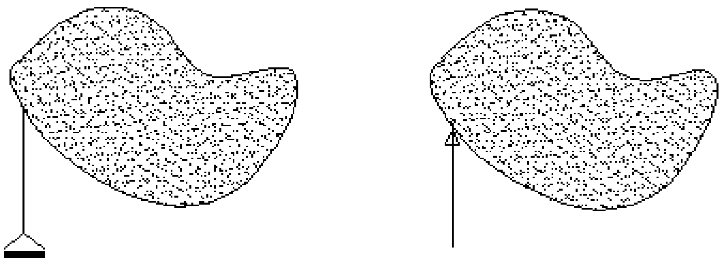
2- تکیه گاه غلطکی Roller



3- تکیه گاه گیردار fixed



4- تکیه گاه میله ای link

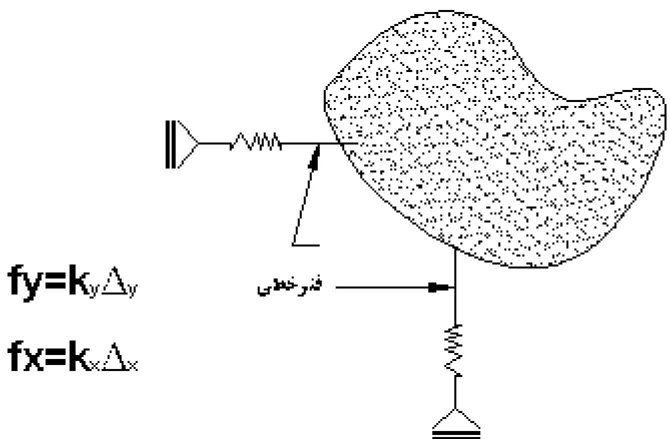


می تواند فقط یک عکاس العمل را در جهت خود میله تولید کند.

5- تکیه گاه ارتجاعی

تغییر مکان نقطه در راستا تکیه گاه

ارتجاعی



$$F = \Delta K$$

$$\Delta = \frac{F}{K} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \rightarrow \Delta = \infty \\ k = \infty \rightarrow \Delta = 0 \end{cases}$$

6- فنر دورانی یا تکیه گاه ارتجاعی درونی

لنگر ایجاد شده در تکیه گاه ارتجاعی =M

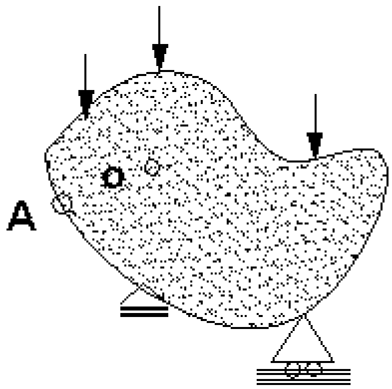
دوران ایجاد شده در محل تکیه گاه =θ

سختی فنر دورانی

$$M = K\theta \Rightarrow \theta = \frac{M}{K} \Rightarrow \begin{cases} K = \infty \\ \theta = 0 \end{cases}$$

یعنی تحت اثرهرنیرویی دوران ایجاد نمی شود

معادلات تعادل در سازه های صفحه ای:



برای سازه های تعادل در سازه های صفحه ای:

برای سازه های صفحه ای سه معادل تعادل داریم.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \Bigg\} \sum M_B = 0$$

$$\sum M_{\circ} = 0$$

بعبارت دیگر حداقل مولفه واکنش تکیه گاهی برای پایداری خارجی سازه ای صفحه ای که از نظر داخلی پایدار می باشد لازم است توجه این شرط لازم است ولی کافی نیست.

مفهوم آن این می باشد که بردار برآیند عمود بر محور y باشد و موازی محور X ها باشد.

1- بردار بر آیند روی امتدادOB قرار دارد.

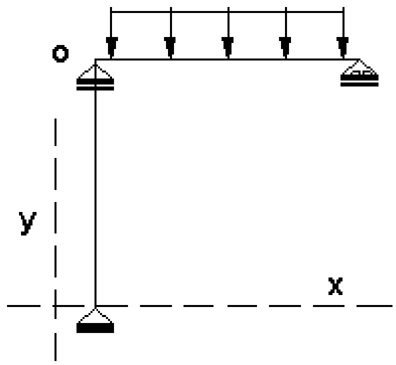
بردار برآینده باید از نقطه Oبگذرد $\sum M_{\circ} = 0$

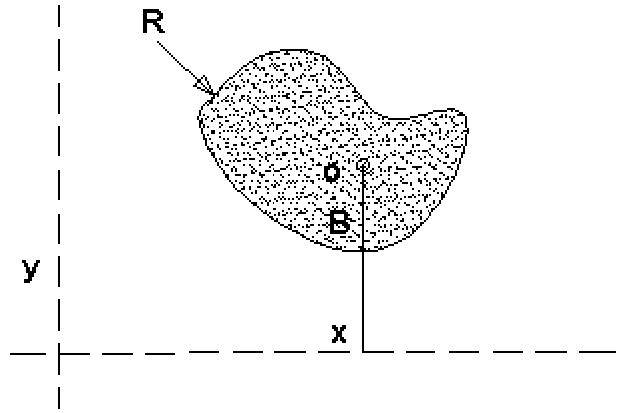
بردار برآینده باید از نقطه B بگذرد $\sum M_B = 0$

بردار بر محور x عمود موازی محور Y $\sum F_x = 0$

بنابراین در این حالت بایدOوB به گونه ای انتخاب شوند که امتدادOB عمود بر محورX ها باشد

بعبارت دیگر از دو شرط اول نباید شرط سوم بدست آید.





2- $\sum F_y = 0 \quad , \sum M_{\circ} = 0 \quad , \sum M_B = 0$

بردار آینده امتداد OB بر محور Y ها عمود نمی باشد.

3- $\sum \mathrm{M_A} = 0 \quad , \sum M_B = 0 \quad , \sum M_{\circ} = 0$

بعبارت دیگر سه نقطه نباید بر یک خط قرار گیرند.

سازه ها:

به دو قسمت تقسیم می شوند.

1- معین استاتیکی Determinate

2- نا معین استاتیکی Indeterminate

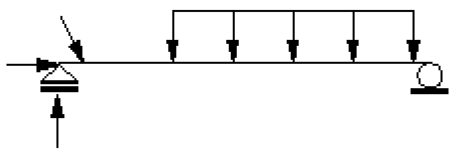
سازه معین سازه ای است که برای تحلیل آن نقطه معادلات تعادل کفایت است.

انواع سازه های معین

1- معین خارجی: عکس العمل تکیه گاهها را با معادلات تعادل تنها بدست آوریم.

2- معین داخلی: نیروهای داخلی را می توان با معادلات تعادل تنها بدست آورد.

سازه معین



توجه: سازه هایی که از لحاظ خارجی نامعین هستند از لحاظ داخلی نیز نامعین می باشند اما بالعکس اینطور نیست.

از لحاظ خارجی معین

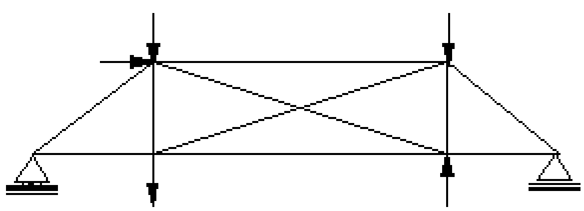
از لحاظ داخلی نامعین

$m=1($

$j=6$

$r=3$

$R=3$

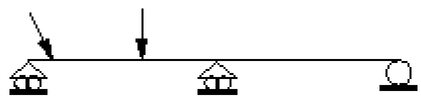


پایداری و ناپایداری یک سازه

سازه ای را پایدار می گوییم که نحوه اتصال اجزاء آن به یکدیگر و همچنین شرایط تکیه گاهی آن بصورتی باشد که تحت اثر هر گونه بارگذاری متحمل در سازه تغییر غرسهای بزرگ یا نیروهای داخلی خیلی بزرگ ایجاد شود.

یک سازه صفحه ای حداقل باید سه مولفه تکیه گاهی داشته باشد . اگر نداشته باشد از لحاظ خارجی ناپایدار است.

شرط لازم برای آنکه یک سازه صفحه ای از نظر خارجی پایدار باشد آنستکه که حداقل 3 مولفه تکیه گاهی داشته باشد (توجه این شرط لازم است ولی کافی نیست).

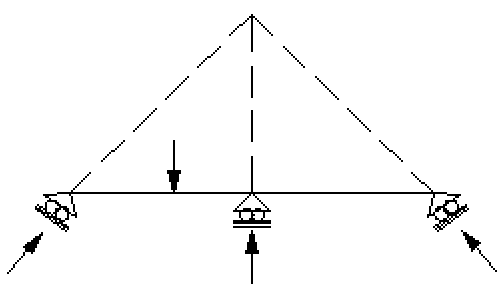


سازه ناپایدار خارجی می باشد.

زیرا رابطه $\sum F_x = 0$ برقرار نمی باشد.

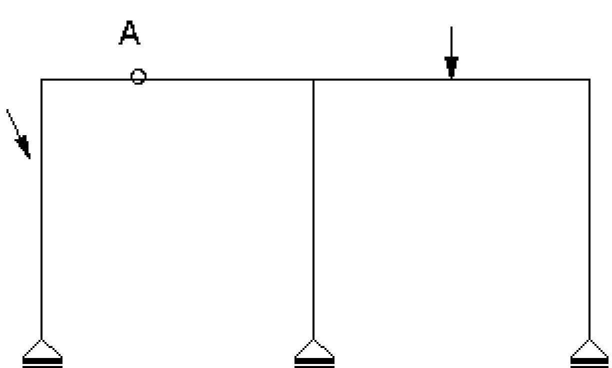
ناپایداری خارجی هندسی:

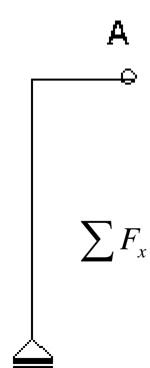
اگر وضعیت نیروهای عکس العمل به گونه ای باشد که یکی از معادلات تعادل ارضاء نشود در این حالت سازه دارای ناپایدار خارجی هندسی لست.



در مورد سازه های صفحه ای اگر همه مولفه های تکیه گاهی موازی یا همرسی باشند در این حالت سازه دارای ناپایداری هندسی خارجی است.

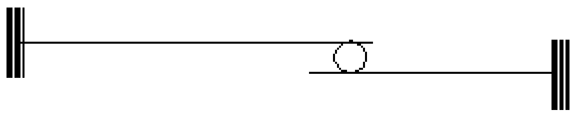
معادلات شرط Condition Equation

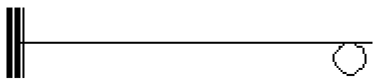




$$\sum F_x = 0 \quad , \quad \sum M_A = 0$$

دورابطه اضافی





اگر در یک اتصال که کاملاً مفصل باشند تعداد n عضو به آن اتصال وصل شده باشد تعداد معادلات شرطی ایجاد شده(n-1)خواهد بود.

تعیین ناپایداری و درجه نامعینی قالبها

پایداری خارجی و تعیین درجه نامعینی خارجی

توجه اگر جسم پایدار نبود ، دیگر بحثی برای معینی باقی نمی ماند.

$R<3$:ناپایدار خارجی

$R>3$: ناپایداری خارجی هندسی:

مولفه تکیه گاهی موازی یا همرس، اگر مولفه های تکیه گاهی موازی یا همرس نباشد پایدار خارجی است.

R:تعداد مجهولات

C:تعداد معادلات شرط

تعداد معادلات=$3+C$

I:سازه معین

II:سازه نامعین

III:سازه ناپایدار

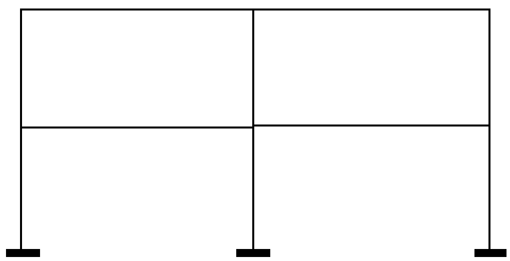
$$I \quad R = c + 3$$
$$II \quad R > C + 3$$
$$III \quad R < C + 3$$

روشهای تعیین درجه نامعینی تابها:

1- شمارش معادلات و مجهولات

2- شمارش حلقه های و کادرهای ، بسته

3- تبدیل قاب به شاخه های معین



3j=تعداد کل معادلات تعادل

3m+R=تعداد کل مجهولات

3j+C=تعداد کل معادلات

J: تعداد گره ها

m :تعداد اعضا

R: تعداد مولفه های تکیه گاهی

C : تعداد معادلات شرطی

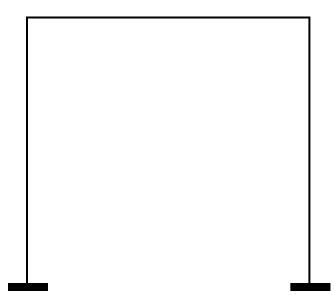
تعداد درجه نامعینی =(3m+R)-(3j+C)

I:سازه معین است.

II:سازه نامعین

III:سازه ناپایدار است.

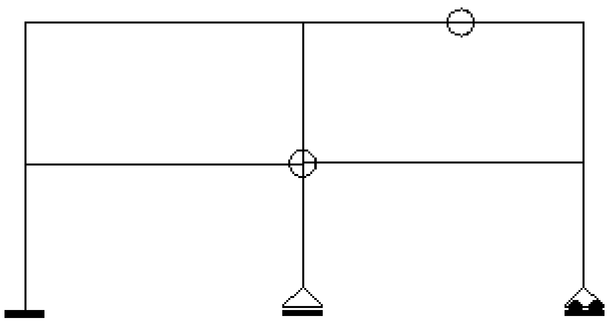
$$\begin{cases} 3m+R=3j+C & (I) \\ 3m+R>3j+C & (II) \\ 3m+R<3j+C & (III) \end{cases}$$



$$\begin{cases} j=4 \\ m=3 \\ R=6 \\ C=2 \end{cases}$$

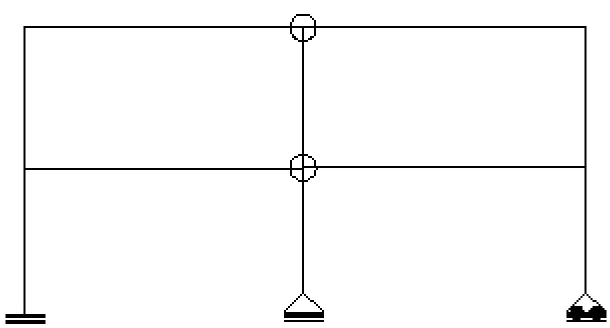
$$\left.\begin{array}{l} 3m+R=3(3)+6=15 \\ 3j+C=3(4)+0=12 \end{array}\right\rangle \quad \text{سازه نامعین}$$

3 درجه نامعین خارجی 15-12=13



$j=9$
$m=10$
$R=6$
$C=5$
$3j+C=32 \quad , \quad 3m+R=36$

4 درجه نامعین



روش کادر بسته:

هر کادر بسته 3 درجه نامعین است.

درجه نامعینی=3L-C+R-3

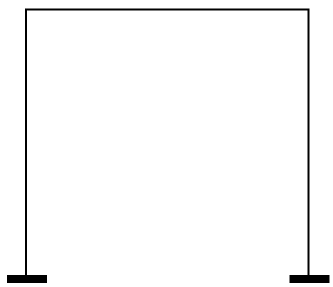
تعداد معادلات=C+3

تعدا مجهولات=3L+R

L:تعداد حلقه های بسته درسازه

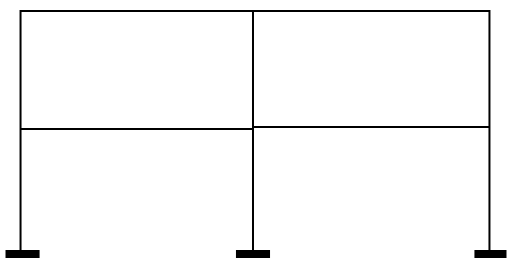
C:تعداد معادلات شرطی

R:تعداد مولفه تکیه گاهی

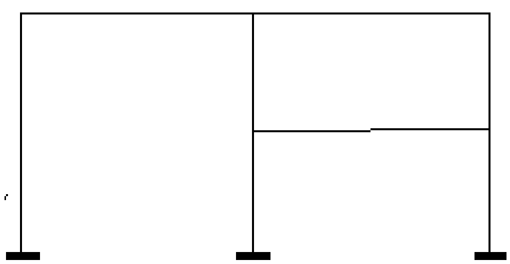


درجه نامعین= $3L-C+R-3+3\times0-0+6-3=3$

درجه نامعینی =3*2-C+9-3=12



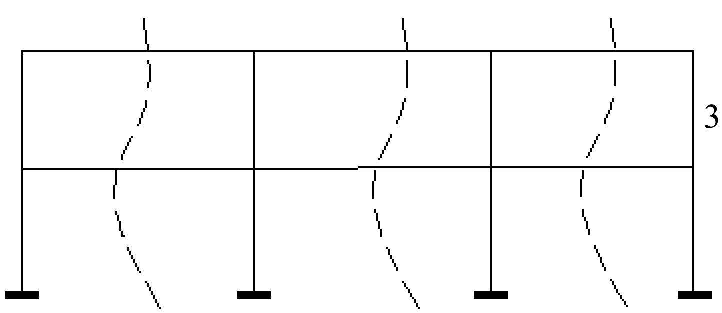
$L=2$
$C=0$
$R=9$



$R=5$
$C=2+2$

درجه نامعینی:3×1-4+9-3=5

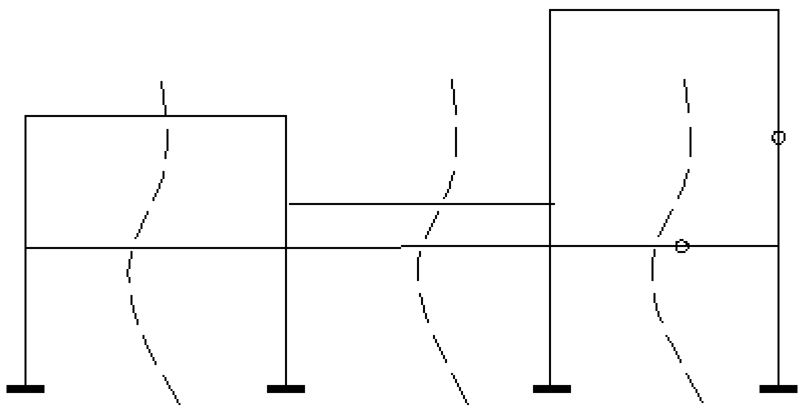
اگر تمام تکیه گاهها گیردار باشد و مفاصل داخلی (معادله شرطی) نداشته باشیم درجه نامعینی برابر است با:



(تعداد نقاط قطع شده به وسیله شما)×3

ولی اگر معادله شرطی را داشته باشیم و تکیه گاهها گیردار نباشد.

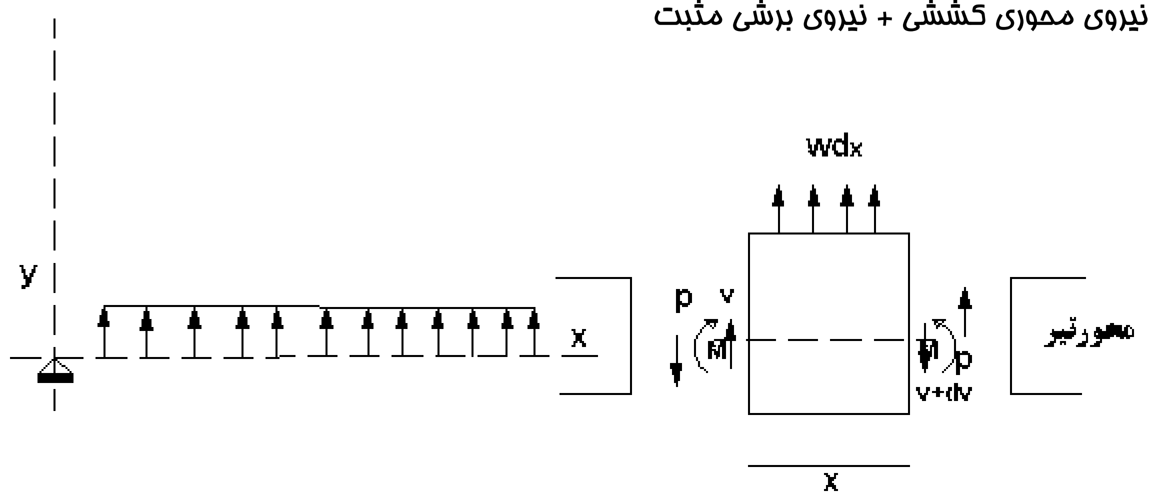
درجه نامعینی = 3×(تعداد نقاط برش خورده) – (تعداد مولفه های تکیه گاهی لازم برای آنکه تمام تکیه گاهها را گیردار کنند.)



درجه نامعینی=3×6-3-6=9

معادله دیفرانسیل تعادل تیرها:

نیروی محوری کششی + نیروی برشی مثبت



معادلات تعادل تیرها:

$$1)\sum F_x = 0 \rightarrow -P + P(x)d = 0 \rightarrow -P + P(x)dx + P + dp = 0 \qquad \Rightarrow dP = -P(x)dx$$

$$\frac{dP}{dX} = -P(x) \qquad if: P_2 - P_1 = \Delta P \qquad \Rightarrow P_2 - P_1 = \Delta P = \int_{x1}^{x2} P(x)dX$$

$$2)\sum F_y = 0 \qquad V + W(x)dx - (V + dV) = 0 \Rightarrow dV = W(x)dx \Rightarrow \frac{dV}{dx} = W(x)$$

اگر ازچپ به راست حرکت کنیم $V_2 - V_1 = \Delta v = \int_{x1}^{x2} w(x)dx$

اگر ازراست به چپ حرکت کنیم $V_2 - V_1 = -\Delta V = \int_{x1}^{x2} w(x)dx$

$$\downarrow \sum M_A = 0 \rightarrow M + Vdx + w(x)dx(\frac{dx}{2}) - (M + dM) = 0$$

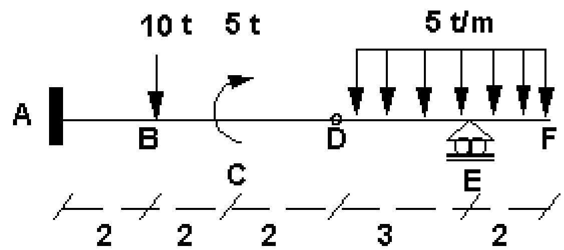
$$Vdx + \frac{wx}{2}(dx)^2 - dM = 0 \Rightarrow dM = Vdx$$

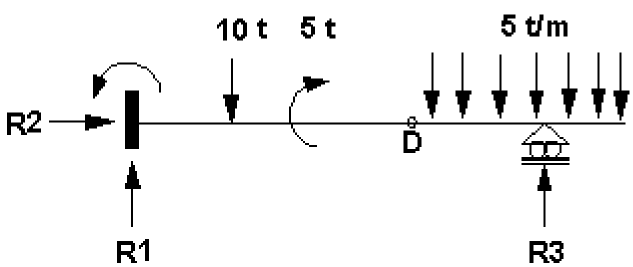
$$M_2 - M_1 = \Delta M = \int_{x1}^{x2} Vdx$$

اگر ازراست به چپ حرکت کنیم $M_2 - M_1 = -\Delta M = -\int_{x1}^{x2} V dx$

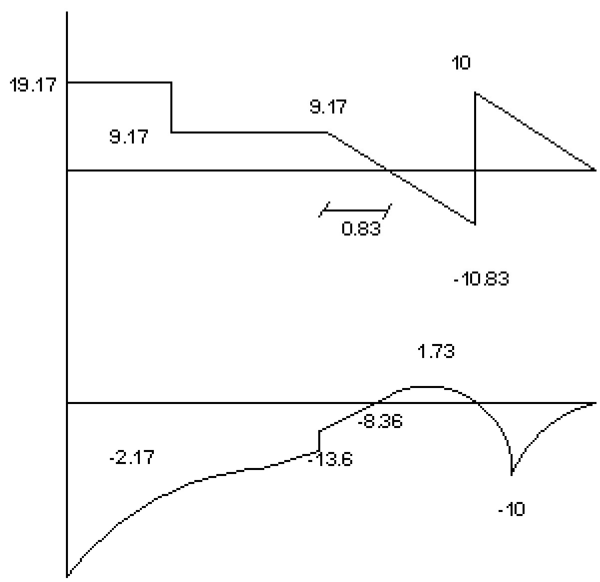
در صورتی که بار به طرف پایین بود باید در رابطه w- قرار داده شود.

مثال:





$$+\uparrow \sum M_A = 0 \Rightarrow -M_1 + 10\times 2 + 5 + 5\times 5\times 8.5 - 20.83\times 9 = 0 \Rightarrow M_1 = 50.03 \quad t.m$$
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow R_1 - 10 - 5\times 5 + 20.83 = 0 \Rightarrow R_1 = 14.17 \quad ton$$



قواعد مربوط به رسم نیروی برشی

1- در فاصله هایی که هیچ نیرویی وارد نمی شود مقدار نیروی برشی ثابت است.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_2 = 0$$

2- در نقاطی که نیروی متمرکز داشته باشیم در منفی نیروی برش پرش داریم که مقدار پرش برابر مقدار نیروی متمرکز و بعد آن جهت نیروی متمرکز است.

3- لنگر متمرکز اثر موضعی در رویمنحنی نیروی برشی ندارد.

4- در فاصله ای که بار گستر ده اعمال می شود تغییر منحنی نیروی برشی برابر سطح منحنی بار می باشد.

5- اثر بار گسترده یکنواخت در فاصله ای وارد می شود در آن فاصله نیروی برشی خطی است بعبارت دیگر منحنی نیروی برشی در این حالت یک خط راست است که شیب آن برابر شدت بار گسترده است.

6- در انتهاهای آزاد مقدار نیروی برشی باید صفر شود.

قواعد مربوط به رسم دیاگرام خمشی

1- تغییر لنگر خمشی در فاصله دو نقطه برابر سطح زیر منحنی نیروی برشی می باشد.

2- اگر در فاصله دو نقطه هیچ نیرویی وارد نشود نمودار تغییرات کنار یک نمودار خطی است.

3- در محل اعمال نیروی متمرکز منحنی لنگر خمشی پیوسته است ولی یک شکستگی در آن ایجاد می شود.

4- در صورتی که از سمت چپ تیر حرکت کرده باشیم در محل اعمال لنگر متمرکز در منحنی لنگر خمشی پرش داریم پرش به سمت بالا است اگر لنگر در جهت عقربه های ساعت باشد و بالعکس.

5- در محل مفصل لنگر باید (مفصل داخلی) صفر شود که به عنوان کنترل محاسبات می توان از آن استفاده کرد. در انتهای آزاد و در تکیه گاههای مفصلی که در انتهای تیر قرار دارند نیز لنگر صفر است.

6- در فاصله های که در تیر بار گسترده یکنواخت داشته باشیم منحنی لنگر خمشی یک تابع درجه 2 است.

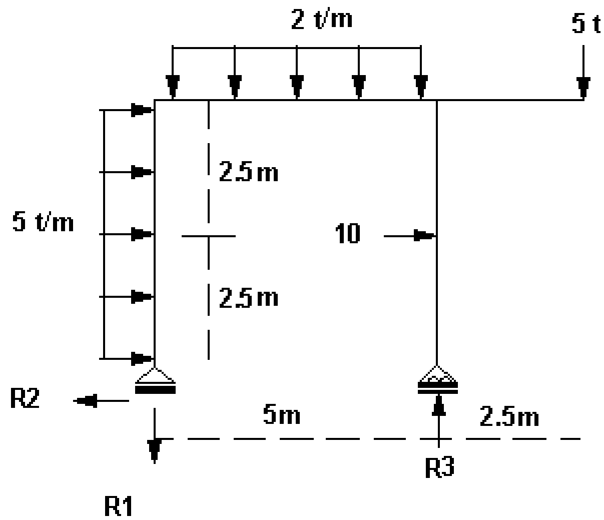
7- جهت تقعر منحنی لنگر خنثی به سمت بالا است اگر بار گسترده به سمت بالا باشد و بالعکس.

8- در محلی که نیروی برشی صفر شود منحنی لنگر خمشی بر خط افق مماس است و فقط ماکزیمم یا مینیمم لنگر خمش.

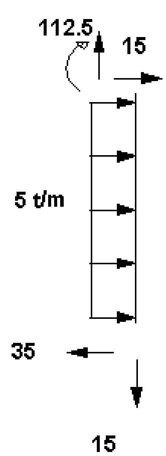
$$\frac{dM}{dx}=V \qquad , \qquad \frac{dV}{dx}=w \qquad , \qquad \frac{d^2M}{dx^2}=w$$

اگر لنگر در جهت عقربه های ساعت باشد جهش به طرف بالا و اگر لنگر در خلاف جهت عقربه های ساعت باشد جهش به طرف پایین است.

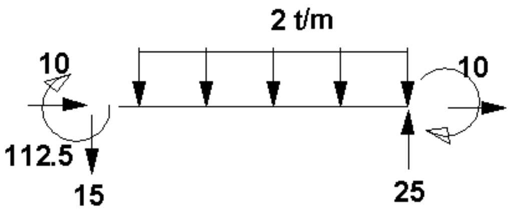
مثال:



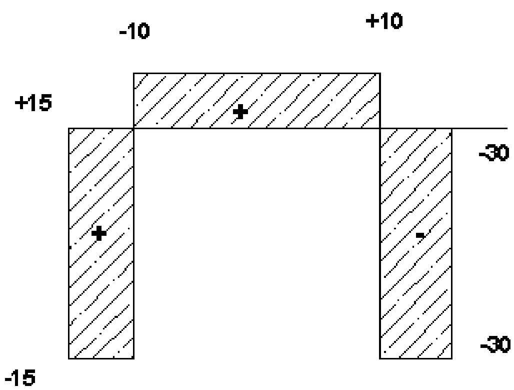
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -R_1 + 5\times5 + 10 = 0 \Rightarrow R_1 = 35\ ton$$
$$+\uparrow \sum M_B = 0 \Rightarrow 5\times5\times2.5 + 2\times5\times2.5 + 10\times2.5 + 5\times7.5 = R_3 \Rightarrow R_3 = 35\ ton$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -R_2 - 2\times5 - 5 + 30 \rightarrow R_2 = 15 \quad ton$$

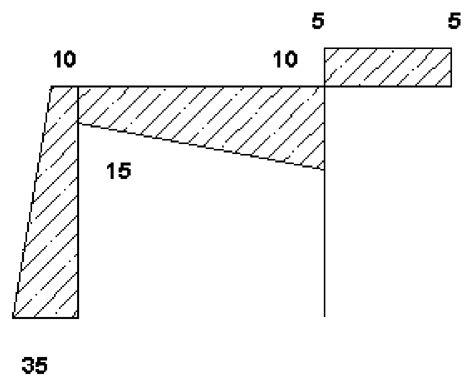


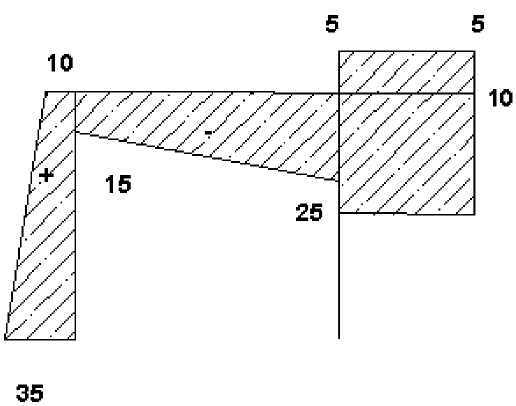
$$h + 5\times5 - 35 = 0 \Rightarrow h = 10$$
$$M - 5\times5\times2.5 + 35\times5 = 0 \Rightarrow M = -112.5$$

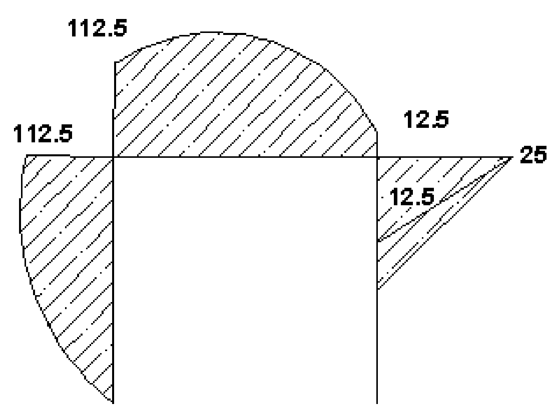


$$M-2\times5\times2.5-15\times5+112.5=0\Rightarrow M=-12.5$$



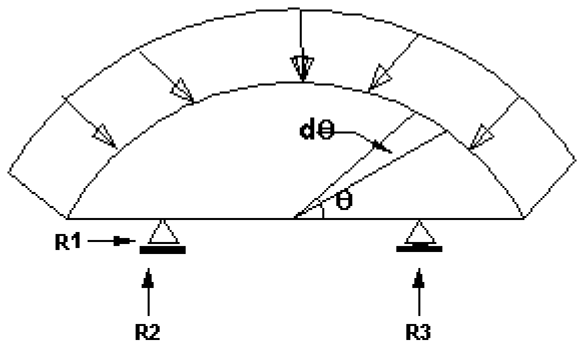






مثال:

معادله تغییرات لنگرخمشی ونیروی برشی ونیروی محوری رارسم کنید.



$$\sum F_x = 0$$

$$R_1 - \int_0^{\pi} qr\,\cos\theta d\theta = 0 \quad \Rightarrow R_1 - qr\int_0^{\pi} \cos\theta d\theta = 0 \quad \Rightarrow R_1 - qr[\sin\theta]_0^{\pi} = 0 \Rightarrow R_1 = 0$$

قسمت دوم مسئله می توانیم بگوییم بدلیل تقارن R_2 و R_3 با هم برابرند لذا یک معادله تعادل

در ارستای قائم نوشته و عکس العملها بدست می آید.

اگر حول مرکز دایره ممان بگیریم تمام نیروهای شعاع ممان با آنها صفر می شود و تنها R_2

و R_3 باقی مانده لذا با هم برابرند.

$$4r\sin\theta d\theta \times r(1-\cos\theta) + qr\cos d\theta \times r\sin\theta + 2r \times R_2 = 0$$

$$+\uparrow \sum m_b = 0$$

حالت بعدی پیدا کردن R_3 می باشد.

$$R_2 \times (2 \times r) + \int_0^{\pi} qr^2[\sin\theta(1-\cos\theta) + \cos\theta\sin\theta]d\theta = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \qquad R_2 + R_3 - \int_0^{\pi} qr\sin\theta d\theta = 0$$

$$2rR_2 + qr^2\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta = 0 \Rightarrow 2rR_2 + qr^2[-\cos\theta]_0^{\pi} = 2rR_2 + 2qr^2 = 0 \Rightarrow R_2 = qr$$

$$R_3 = qr\int_0^{\pi}\sin\theta\ d\theta - R_2 = qr\int_0^{\pi}\sin\theta\ d\theta - qr$$

$$= qr[-\cos\theta]_0^{\pi} - qr = 2qr - qr \Rightarrow R_3 = qr$$

درصورت استفاده ازحالت تقارن

$$2R_2 - \int_0^{\pi} qr \sin\theta d\theta = 0 \rightarrow R_2 = qr = R_3$$

یک برش درمحل θ می زنیم وداریم:

$$\sum F_x = 0 \qquad \rightarrow \quad V + qr\sin\theta - \int_0^{\theta} qr\cos(\theta-\alpha)d\theta = 0$$

$$V = qr\int_0^{\theta} qr\cos(\theta-\alpha)d\theta - qr\sin\theta$$

$$= qr[-\sin(\theta-\alpha)]_0^{\theta} - qr\sin\theta$$

$$= qr[\sin\theta - \sin 0] - qr\sin\theta$$

$$\Rightarrow V = 0$$

اگرنیروی برشی دریک فاصله صفرشوددرآن فاصله مقدار لنگرثابت می باشد.

چون نیروی برشی درتمام قوس صفرمی شودلذا مقدار لنگر درتمام قوس ثابت می شودچون لنگردردوانتها صفرمی باشدپس درتمام قوس صفراست.

$$\sum F_y = 0 \qquad -p + qr\cos\theta - \int_0^{\theta} qr\sin(\theta-\alpha)d\alpha = 0$$

$$p = qr\cos\theta + qr\int_{\alpha}^{\theta} \sin(\theta-\alpha)d\alpha = qr\cos\theta + qr[\cos(\theta-\alpha)]_0^{\theta}$$

$$= qr\cos\theta + qr[1-\cos]$$

$$= qr\cos\theta + qr\cos\theta$$

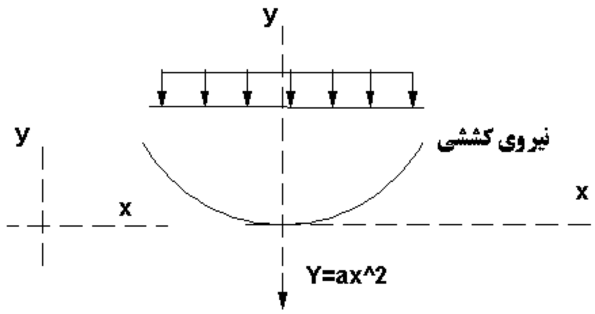
$$\Rightarrow p = qr$$

درتمام طول قوس نیروی محوری مقدارثابت qr می باشد

$$\sum M_b = 0$$

$$qr \times r - M - qr \times r = 0 \Rightarrow M = 0$$

کابلها:



کابلها فقط نیروی کششی را تحمل می کنند.

1- اگر کابل تحت اثر بار گسترده یکنواخت در سطح افق به شکل سمی درجه 2 در می آید.

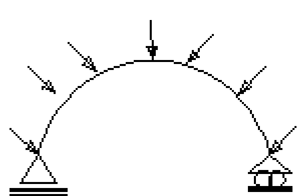
اگر جهت نیرو در شکل عوض شود کابل فشار را نمی تواند تحمل کند و باید دال بتنی باشد.

2- اگر یک قوس سمی تحت اثر بار یکنواخت در افق قرار گیرد در صورتی که شرایط تکیه گاهی مطابق بالا باشد در آن فقط نیروی محوری فشاری ایجاد خواهد شد.

هم نیروی برشی وهم نیروی محوری داریم

3- در یک قوس دایره ای تحت اثر بار یکنواخت شعاعی در صورتی که شرایط تکیه گاهی مطابق شکل فوق باشد فقط نیروی محوری در قوس ایجاد می شود و لنگر برش صفر خواهد بود.

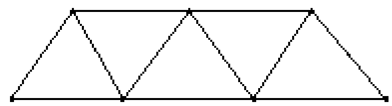
اگر قوس داشته باشیم و تحت اثر با فشار می باشد (امتداد آنها از مرکز بگذرد در قوس قسمتی از یک دایره) نیروی کششی در آن ایجاد می شود.



نیروی فشاری

خرپاها:

خرپا سازه ای متشکل از اعضاء یک بعدی مستقیم است که در انتهاها توسط اتصال (مفصل یا لولا) به هم وصل شده اند و بارگذاری فقط در گره ها (محل اتصال اعضاء) انجام می شود.



نتایج:

1- تمام اعضاء خرپا فقط دارای نیروی محوری خالص هستند.

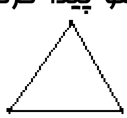
انواع خرپاها:

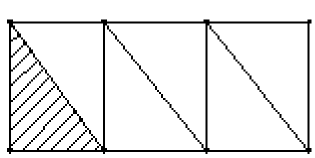
1- خرپاهای ساده Simple Truss

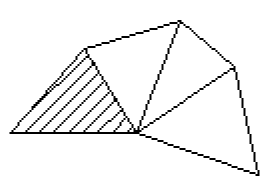
2- خرپاهای مرکب Compound Truss

3- خرپای مبهم (پیچیده)Complex Truss

1-خرپای ساده:

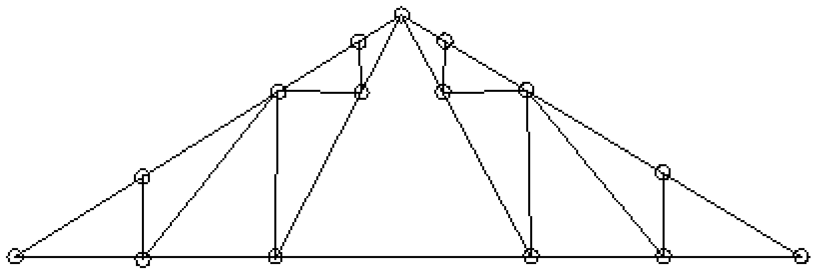
خرپایی ساده می باشد که بتوان یک هسته مثلث اولیه شامل سه گره و سه عضو پیدا کرد برای ساخت خرپا باید هر گروه جدید توسط دو عضو جدید به شکل قبلی وصل شده باشد. 

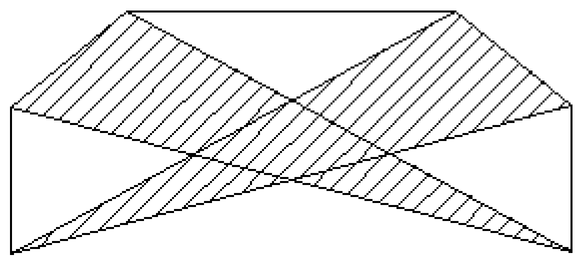




2-خرپای مرکب:

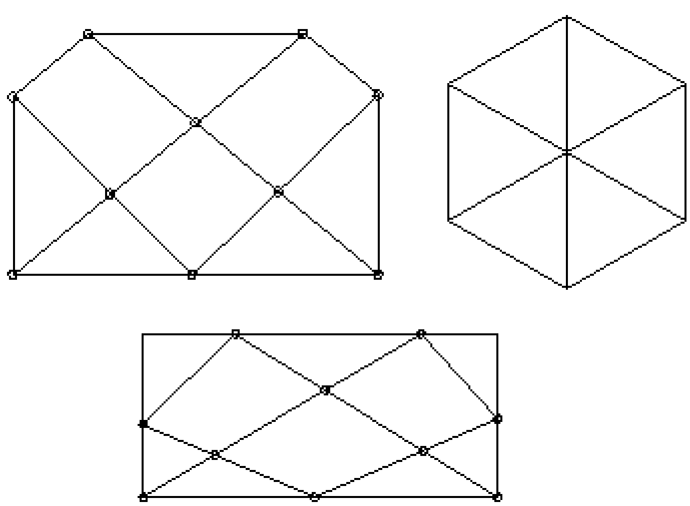
خرپایی است که از یک سری خرپای ساده تشکیل شده باشد و توسط اعضاء مناسب به هم وصل شده باشد خرپاهایی زیر یک خرپای مرکب مشتکل از دو خرپای شاده باشد.





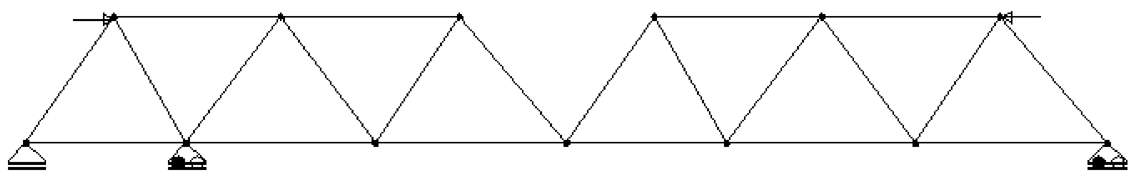
خرپاهای مبهم یا پیچیده:

خرپاِی است که نه ساده باشد و نه مرکب



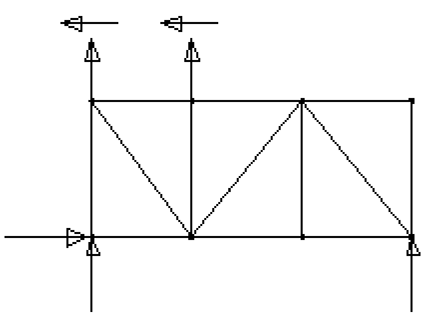
پایداری و ناپایداری خرپاها- تعیین درجه نامعینی خرپاها:

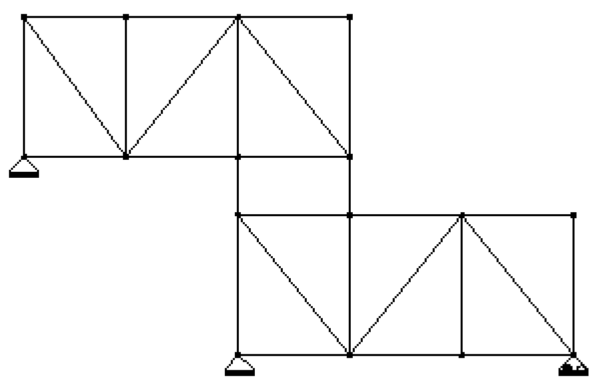
فقط برای نامعینی و معینی خارجی به کار می رود.c=1



قاب برش خورده معادله شرط ایجاد می کند زیرا نیروی برش در امتداد عمود بر میله باید صفر باشد.

و اگر میله همراس باشد لنگر حول آن نقطه باید صفر باشد.



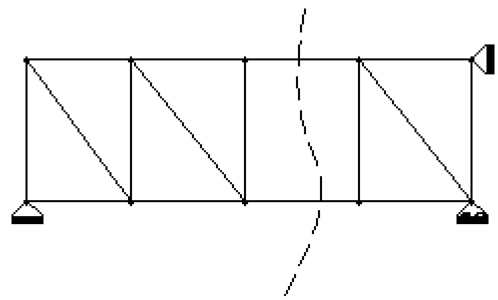


R: تعداد عکس العمل ها

C:تعداد معادلات شرط

اگر تعداد عکس العملها از3+C کمتر باشد سازه ناپایدار خارجی است.

اگر تعداد عکس العملها برابر3+C باشد در صورتی که سازه ناپایداری هندسی نداشته باشد آنگاه معین است اگر تعداد عکس العملها از3+C بزرگتر باشد در صورتیکه ناپایداری هندسی نداشته باشیم آنگاه سازه نامعین است.



درجه نامعینی $n=R-r=2$ $c+3=4=r$ $R=6$

سازه پایدار می باشد

R: تعداد عکس العملها

J:تعداد گرهها

m:تعداد عضوها

R+m:تعداد کل مجهولات

2j:تعداد کل معادلات

1- سازه ناپایدار است $2j>R+m$

2- اگر سازه ناپایدارنباشدآنگاه معین است $2j=R+m$

3-اگرسازه ناپایدار نباشدآنگاه نامعین است $2j<R+m$

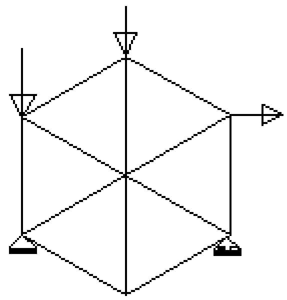
$n=R+m-2j$

آنلیز خرپاهای معین:

1- روش گره

2- روش مقطع

روش هنبرگ در آنالیز خرپاهای پیچیده:



1- یک عضو خرپا را به گونه ای جابه جا می کنیم که خرپای حامل یک خرپای پایدار ساده یا مرکب شود. توجه باید کرد که شرایط تکیه گاهی و بارگذاری تغییر نمی کند.

2- خرپای حاصل در مرحله 1(خرپای شماره 1) تحت اثر بار خارجی آنالیز می کند.

3- در خرپای مرحله 2 بارهای خارجی را برمی داریم و در محل عضو جابجا شده یک جفت نیروی واحد قرار می دهیم و خرپای 2 و این خرپارا آنالیز می کنیم.

4- مقدار X را از رابطه زیر به دست می آوریم.

$P =$ نیروی ایجاد شده از عضو AC در خرپای (1)

$\rho =$ نیروی ایجاد شده از عضو AC در خرپای (2)

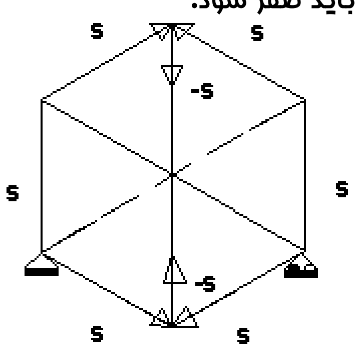
$$0 = P + X\rho \Rightarrow X = -\frac{P}{\rho}$$

$$F(0) = F(1) + XF(2) \Rightarrow$$

$$A(0) = P + X\rho = P + -\frac{P}{\rho} \times \rho$$

تست بار صفر:

اگر سازه ای معین بار به آن وارد نشود تمام عکس العملها و نیروهای داخلی باید صفر شود.



(2)

روش:

1- نیروی داخلی یکی از اعضاء خرپا را برابر مقدار غیرصفر فرض می کنیم.

3- تحت اثر این نیروی داخلی سازه را بصورت کامل آنالیز

می کنیم.

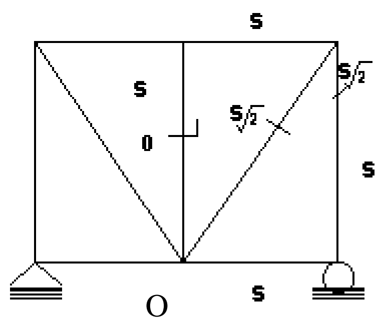
اگر در حین آنالیز به این نتیجه رسیدیم که S=0 سازه پایدار است ولی اگر آنالیز بصورت کامل آنالیز

شود و در نتیجه S=0 بدست نیامده سازه ناپایدار است.

سازه هایی که ناپایداری آنها توسط آزمون بار صفر مشاهده می شود به اعضاء بحرانی معروف ند.

مثال:

در مورد یک خرپا پایدار با استفاده از روش آزمون بار صفر



$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow s = 0$$

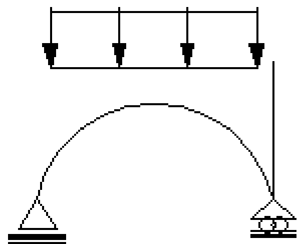
اگر با یک عضو شروع کردیم برای تشخیص ناپایداری کافی است اما برای تشخیص پایداری باید

تمام اعضاء کنترل شوند.

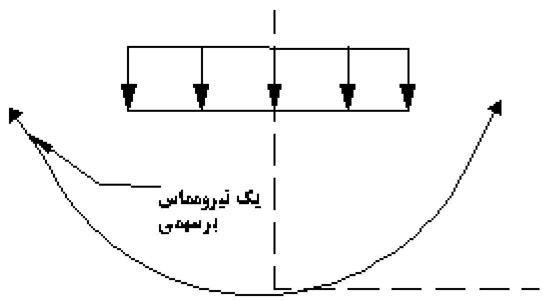
$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow S\sqrt{2} = 0 \rightarrow S = 0 \qquad \text{O درگره}$$

حل مسائل امتحانی میان ترم

1−



ابتدا نکاتی در مورد توسها:



(1) کشش

$$y = ax^2 + bx + c$$

باانتخاب مبداءدرراس سهمی نتیجه خواهد شد:

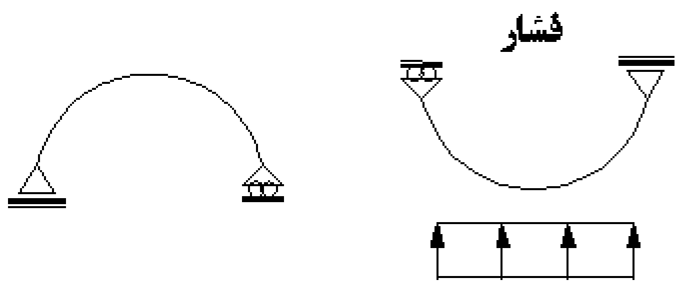
$$y = ax^2$$

در یک قوس که تکیه گاهها مطابق شکل زیر و بارگذاری نیز به صورت زیر باشد فقط نیروی محوری داریم.

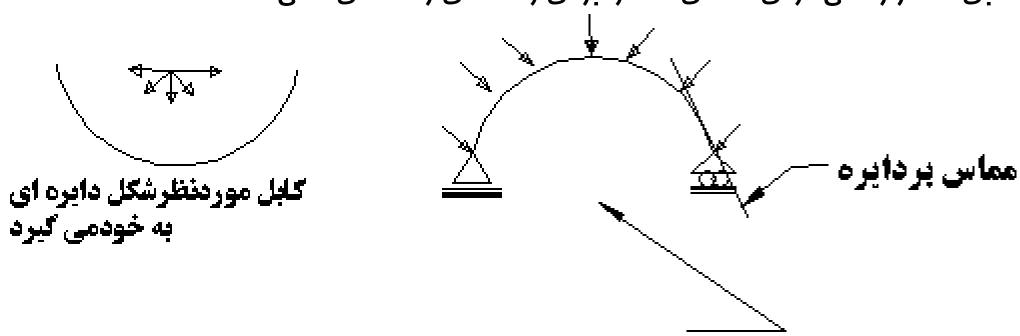
V=0 : نیروی برشی

M=0: لنگر خمشی

توجه: اگر قوس دایره ای باشد یا اگر شرایط تکیه گاهی عوض می شوند نیروی برشی و لنگر خنثی صفر نیست.



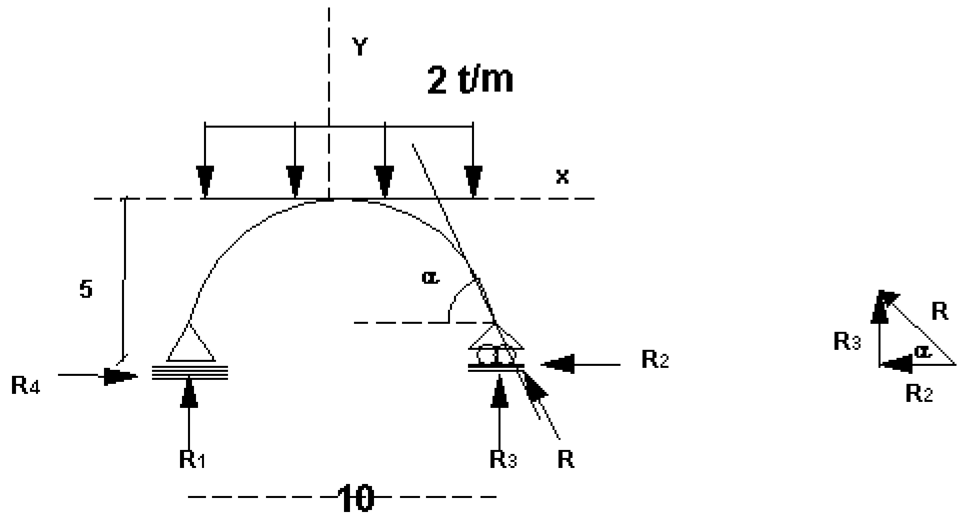
بار در یک عدد منفی ضرب شده است پس نیروهای داخلی هم در یک عدد منفی ضرب شده اند و فقط کابل فشار را می توان تحمل کند و برش و خمش را تحمل نمی کند.



فقط نیروی فشاری درآن ایجادمی شودپس دارای نیروی محوری

است ولنگرخمشی وبرشی صفراست (قوس دایره ای)بارگذاری یکنواخت شعاعی

برای حل مسئله ابتدا یک سیستم مختصات را در نظر می گیریم.



$y = ax^2 \qquad x = 5 \quad , \quad y = -5 \qquad -5 = a \times 5^2 \Rightarrow a = -0.2$

$y = -0.2x^2$

$y' = \text{شیب} = 0.4x \Rightarrow \tan\alpha = |y'(5)| = 0.4 \times 5 = 2$

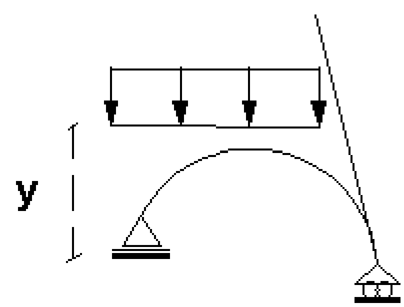
$\tan\alpha = 2 \qquad \tan\alpha = \dfrac{R_3}{R_2} = 2 \Rightarrow R_3 = 2R_2$

$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_1 \times 10 - 2 \times 10 \times 5 = 0 \Rightarrow R_1 = 10 \ t$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_1 + R_3 = 2 \times 10 \Rightarrow R_3 = 10 \ t$

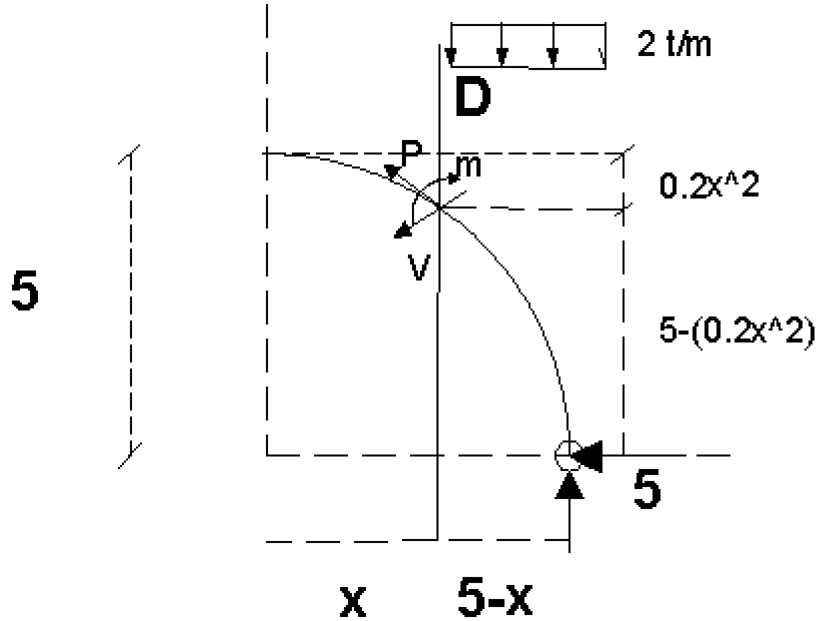
$R_3 = 2R_2 \Rightarrow R_2 = 5 \ t$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_4 = 5$



Y رادرمعادله $y = ax^2$ قرار می دهیم وX رابدست می آوریم

حل قسمت دوم مسئله بدون دانسته های استاتیکی



$$+\uparrow \sum M_c = 0 \Rightarrow M + 2(5-x)(5-\frac{x}{2})$$
$$+5(5-0.2x^2) - 10\times(5-x) = 0$$
$$M + 25 + x^2 - 10x + 25 - x^2 - 50 + 10x = 0 \Rightarrow M = 0$$
$$M = M(x) = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = 0 = V$$

نتیجه می گیریم که در تمام طول قوس برش صفر است اگرMدر کل طول قوس صفر شود مشتق در تمام طول قوس صفر می شود.

اما اگر تابع در یک نقطه صفر شود در تمام تابع صفر نیست.

در قوسها $V \propto \frac{dM}{dx}$ یعنی اگر تابع بدست آوریم برایM باید معادله تعادل را بنویسیم.

$$\tan\theta = |y'(x)| \Rightarrow \tan\theta = 0.4x$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -P\cos\theta - V\sin\theta - 5 = 0 \qquad I$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P\sin\theta - V\cos\theta - 2(5-x) + 10 = 0$$

$$P\sin\theta - V\cos\theta + 2x = 0 \qquad II$$

$$-P\sin\theta\cos\theta - V\sin^2\theta - 5\sin\theta = 0$$

$$P\sin\theta\cos\theta - V\cos^2\theta - 2x\cos\theta = 0$$

$$-V + 2x\cos\theta - 5\sin\theta = 0$$

$$V = 2x\cos\theta - 5\sin\theta$$

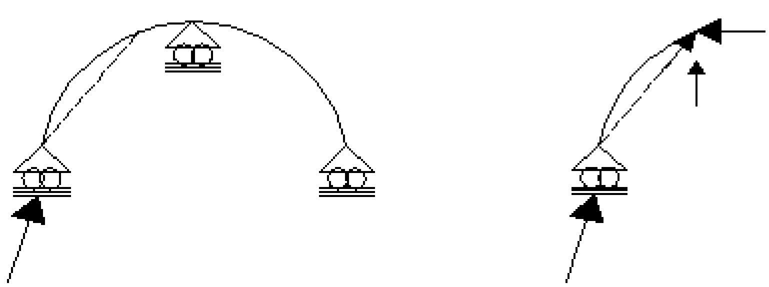
$$\frac{V}{\sin\theta} = 2x - 5\tan\theta \Rightarrow \qquad 2x - 5\times 0.4x$$

$$= 2x - 2x = 0 \Rightarrow V = 0$$

درمعادله I $V = 0 \rightarrow P\cos\theta = -5 \quad \Rightarrow \quad P = \dfrac{-5}{\cos\theta} \qquad \dfrac{1}{\cos\theta} = \sqrt{1+\tan^2\theta}$

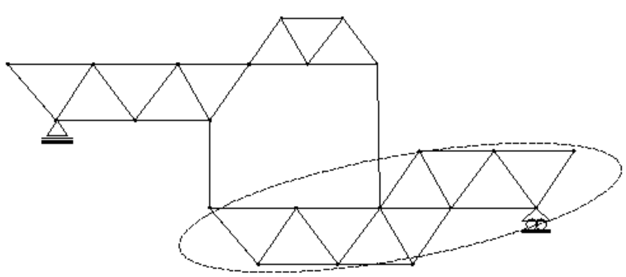
$$P = -5\sqrt{1+\tan^2\theta} = -5\sqrt{1+0.16x^2}$$

حل مساله پایداری و ناپایداری

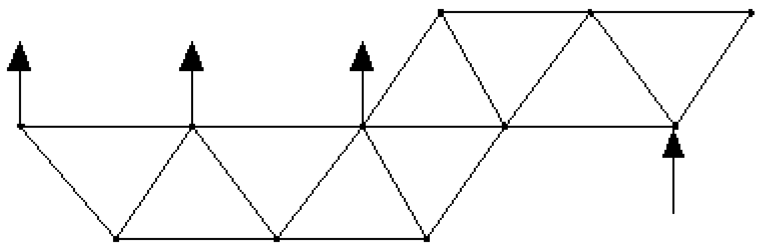


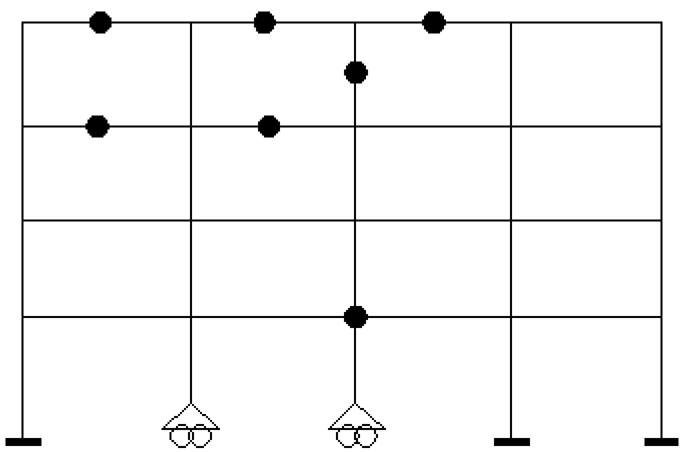
سازه ناپایدار آنی چون نیروها

از یک نقطه می گذرند.



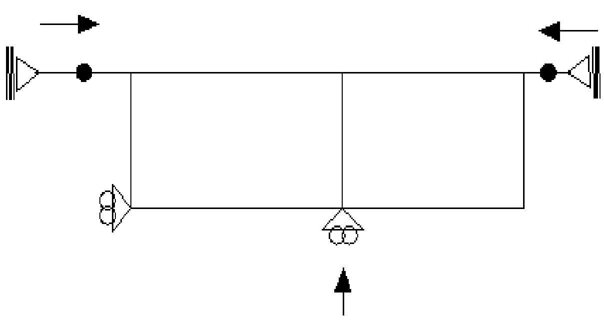
اگر این تکیه گاه را نداشتیم از طریق شمارش می توانستیم جلو برویم و فقط یک معادله شرط داشتیم اما در این حالت با زدن برش سازه ناپایدار هندسی است چون چهار نیرو موازیند.





از طریق شمارش نمی توانیم بفهمیم اما با زدن برش چون امتداد تمام نیروها یک نقطه می گذرد پس قاب ناپایدار است.

در قاب بعد از طریق شمارش به جواب می رسیم



کادر بسته 2

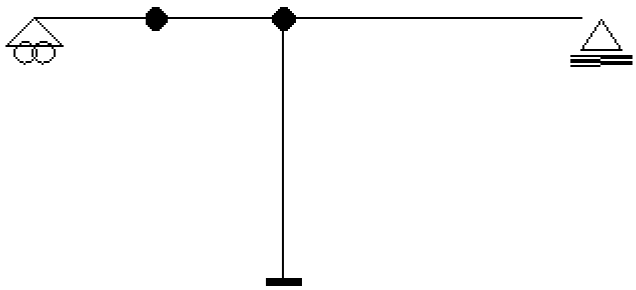
تعداد عکس العملهای تکیه گاهی4عدد

یک درجه نامعین خارجی 7>6

6درجه ماکعین داخلی

سه مفصل که در یک امتداد باشند برای ناپایداری باید عضو و یا تکیه گاهی بین آنها وجود نداشته

باشد.



ناپایدار نیست

در قاب بالا در صورت برش4عکس العمل بدون معادله شرط داریم در صورتی که کل قاب را در نظر

بگیریم عکس العملها6تا هستند.

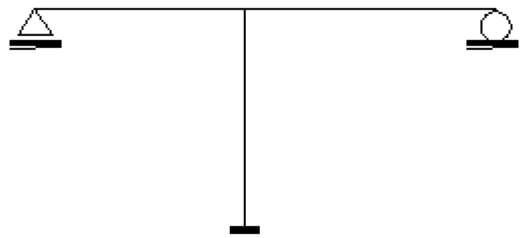
10=6(مجهولات)+4

(نامعینی)7=3-10

درجه نامعینی7=2-3-12

12=مجهولات6+6

خط تاثیر Influcnce line



نیروی محوری ، نیروی برشی ، لنگر خمشی ، عکس العمل تکیه گاه، خیزها، تغییر فرم سازه= تابع

مقدار یک تابع در سازه به عوامل زیر بستگی دارد:

1- نوع تابع

2- محلی که تابع در آن مورد نظر است

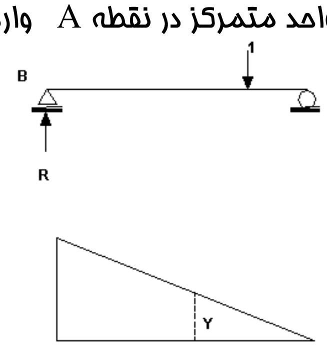
3- موقعیت باردار بر سازه

4- به مقدار بار وارد بر سازه

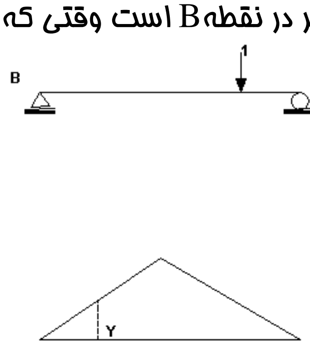
تعریف خط تاثیر:

خط تاثیر یک تابع در یک نقطه مشخصی مانندBنموداری است که عرض هر نقطه آن مثل A برابر

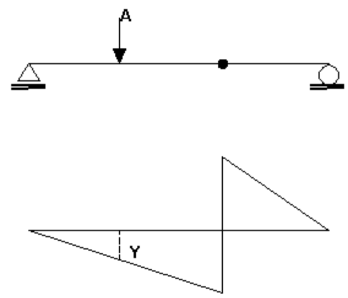
مقدار تابع مورد نظر در نقطهB است وقتی که بار واحد متمرکز در نقطه A وارد شده باشد.



خط تاثیرتکیه گاه برای نقطه B

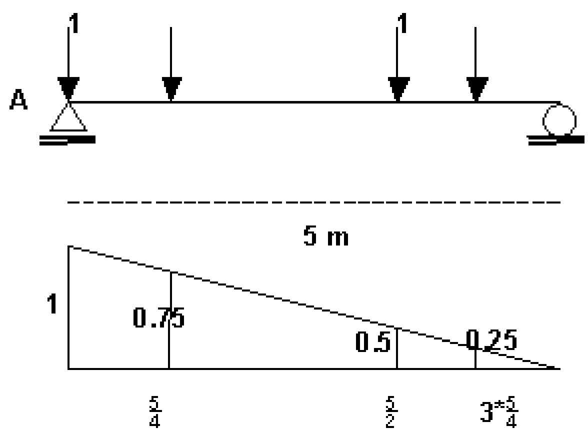


خط تاثیرلنگرخمشی درنقطه وسط دهانه B



خط تاثیرنیروی برشی درنقطه B

مثال: خط تاثیر عکس العمل تکیه گاه Aرا رسم کنید.



تمرین: ثابت کنید که نمودارهای خط تاثیر عکس العمل تکیه گاه خط راست است.

مهم: خط تاثیر تمام توابع (یعنی خیز یا تغییر فرم سازه) برای سازه های معین از تکه های خطی تشکیل شده است.

روش دوم:

1- قید مربوط به عکس العمل تکیه گاه را از سازه حذف کنید.

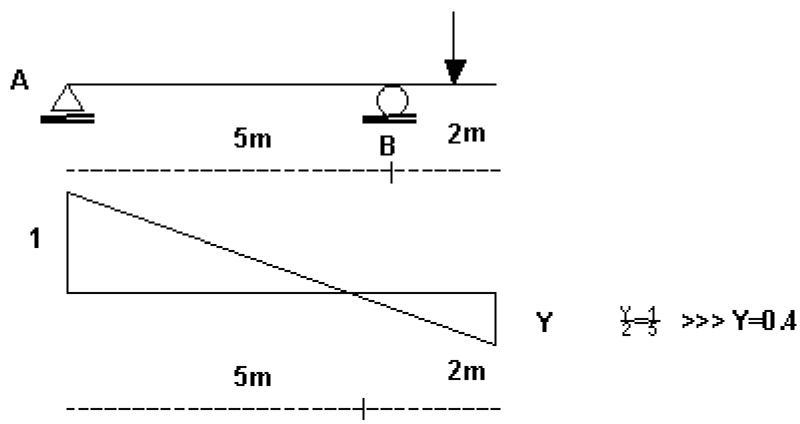
2- در محل تکیه گاه حذف شده یک بار متمرکز قرار دهید (در جهت مثبت عکس العمل قرار دهید)

3- با فرض آنکه سازه به صورت یک جسم صلب باشد شکل تغییر فرم یافته سازه را رسم می کنیم.

4- مقدار تغییر مکان در جهت عکس العمل تکیه گاه را برابر واحد قرار می دهیم.

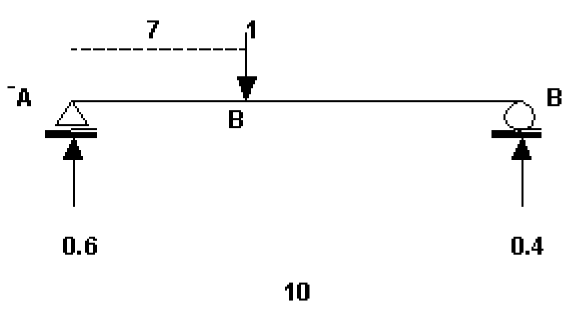
5- تشکل تغییر شکل یافته سازه همان نمودار خط تاثیر است.

مثال:



مثال:

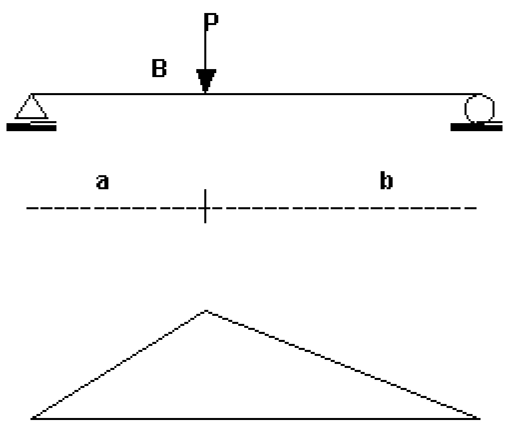
با قرار دادن بار واحد در نقطهBعکس العمل بدست می آیند.



مثال:

مطلوبست خط تاثیر لنگر خمشی در نقطه B

در نقاط مورد بحث و در نقاطی که مفصل قرار گرفته باشد.



$$M = \frac{pab}{L}$$

$$M = \frac{1\times4\times6}{10}$$

$$R = \frac{1\times3}{10} = 0.3$$

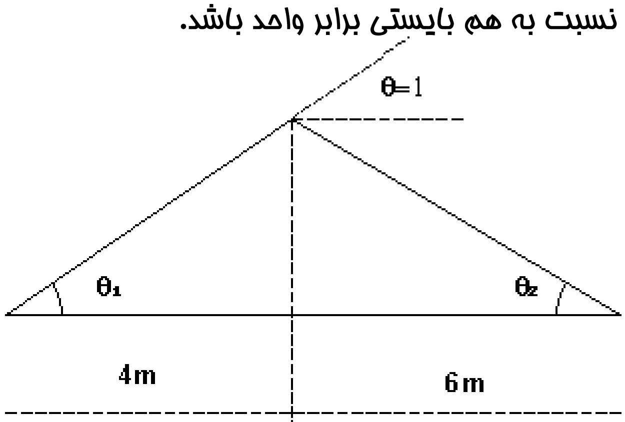
روش دوم: مکانیزم تحمل لنگر در نقطه B را حذف می کنیم و یا در نقطه مورد نظر مقاومت خمشی را حذف می کنیم.

بعبارت دیگر در آن نقطه یک مفصل داخلی قرار می دهیم.

2- در محل نقطه Bd یک جفت لنگر خمشی مثبت قرار می دهیم.

3- با فرض آنکه سازه جسم صلب باشد و همچنین تغییر مکانها کوچک باشد شکل تغییر فرم یافته سازه را رسم کنید.

4- در محل مفصل ایجاد شده زاویه دوران بوسیله نسبت به هم بایستی برابر واحد باشد.



$$\tan\theta_1 = y_4 \rightarrow \frac{y}{4} \quad , \quad \theta_2 = \frac{y}{6}$$

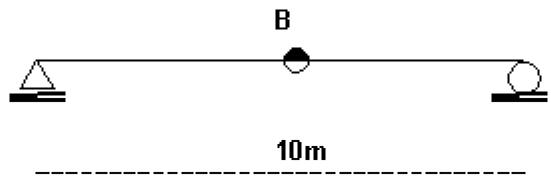
$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

$$1 = \frac{y}{4} + \frac{y}{6} \Rightarrow \frac{3y+2y}{12} = 1$$

$$y = 2.4$$

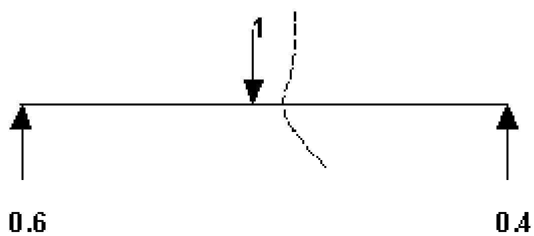
مثال:

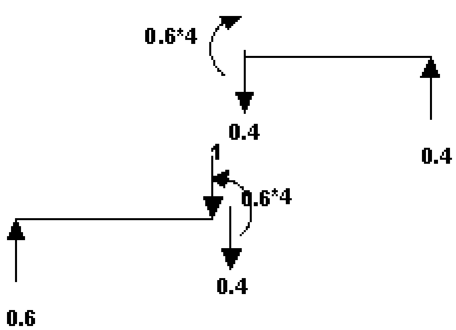
نمودار خط تاثیربرشیB را رسم کنید.



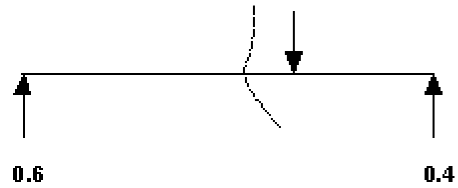
در نقطه مورد نظر برش همیشه داریم و برابر واحد است و یک ε این طرف و آن طرف می کشیم.

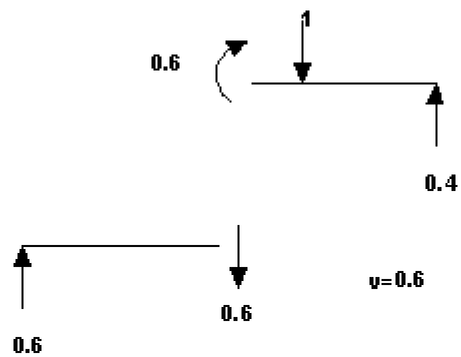
روش اول:





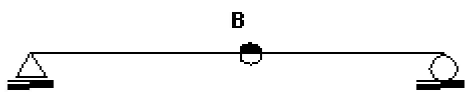
$V=-0.4 \qquad -V+0.6-1=0 \rightarrow V=-0.4$



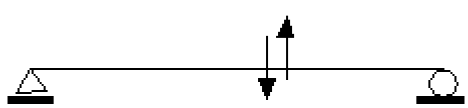


روش دوم:

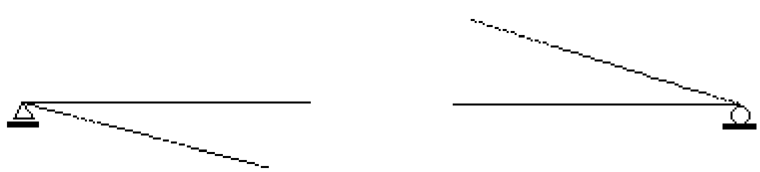
1- مکانیزم تحمل برش در نقطهB را حذف کنید.



2- در محل نقطه B یک جفت نیروی برشی مثبت قرار می دهیم.

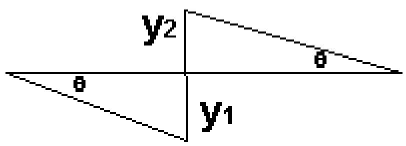


3- تغییر شکل سازه را با توجه به شرایط تکیه گاهی رسم می کنیم.(سازه از قطعات صلب تشکیل شده است)



شیب دو تکه در دو طرف نقطه   بایستی با هم برابر باشند.

4-مقدار جابجایی نسبی دو طرف نقطه B را برابر واحد قرار می دهیم.

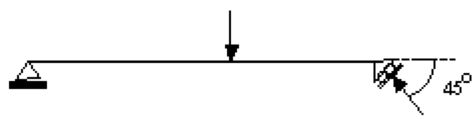


$$\theta = \frac{y_2}{6} \rightarrow 6\theta = y_2 \rightarrow \theta = \frac{y_2}{6}$$

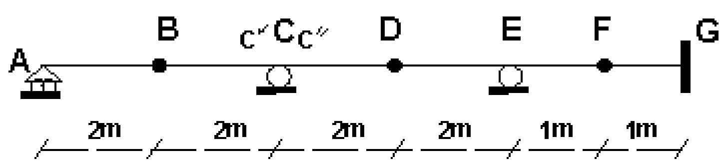
$$\theta = \frac{y_1}{4}$$

$$y_1 + y_2 = 1$$

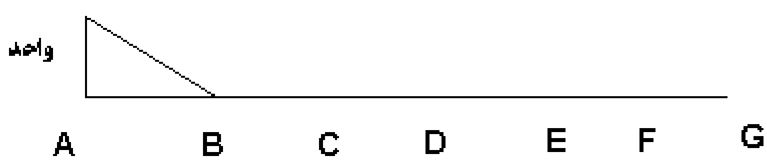
$$4\theta + 6\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{1}{10} \rightarrow y_1 = \frac{4}{10}, y_2 = \frac{6}{10}$$



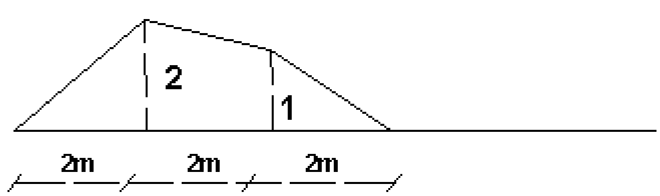
مثال:



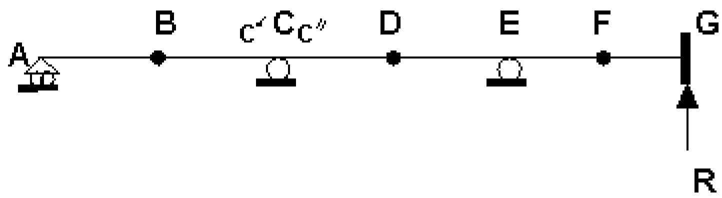
نمودار خط تاثیر عکس العمل A

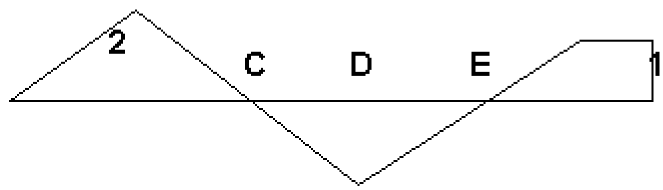


تکیه گاه در نقطه A

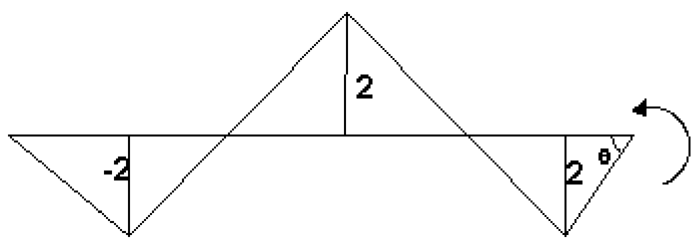


تکیه گاه C





تکیه گاه گیردار باعکس العمل R

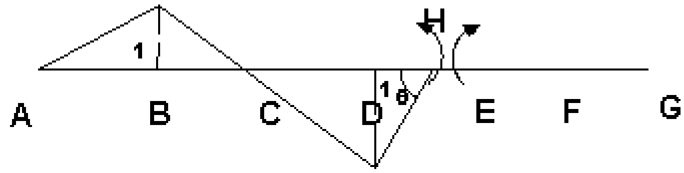


لنگربرای نقطه G

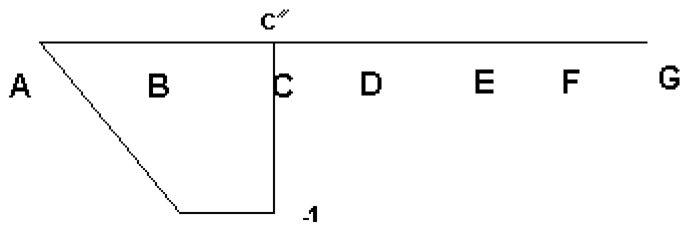
$$\theta = \frac{y}{p}, y = 1 \times 1 = 1$$

نمودار خط تاثیرلنگرخمشی در نقطه B

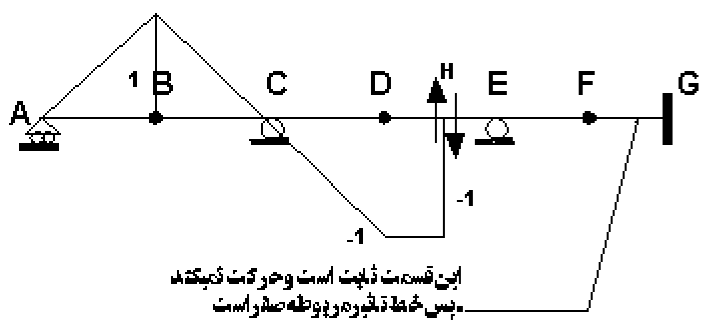
(چون نقطه B مفصل می باشد لذا لنگرخمشی آن صفر می باشد)



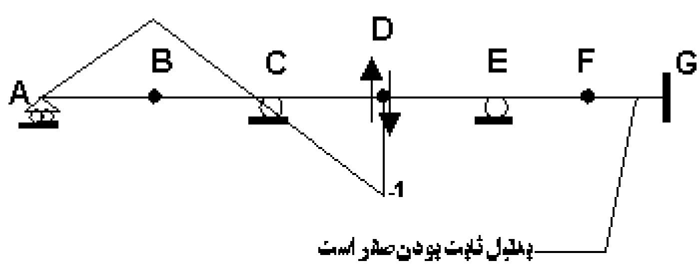
خط تاثیر در نقطه H



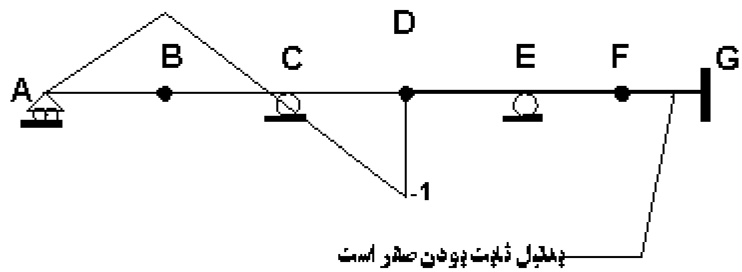
نمودار خط تاثیرنیروی برشی درنقطه C″



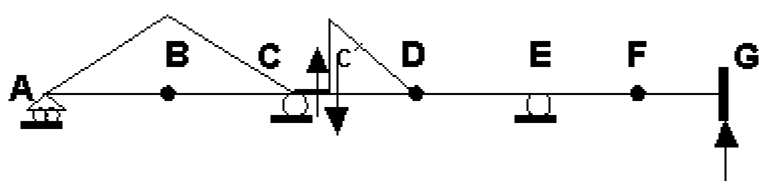
نمودار خط تاثیردرنقطهH مربوط به برش



نمودار خط تاثیرنیروی برشی درمفصلD

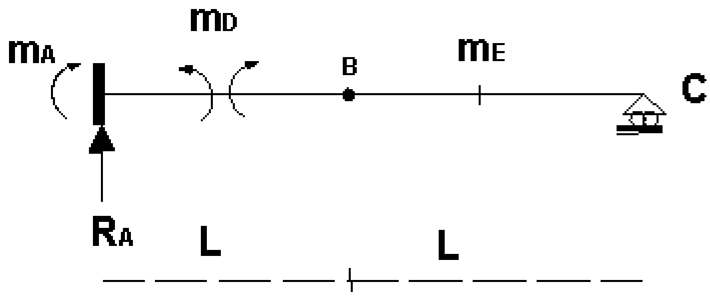


نمودار خط تاثیرعکس العمل درنقطه D

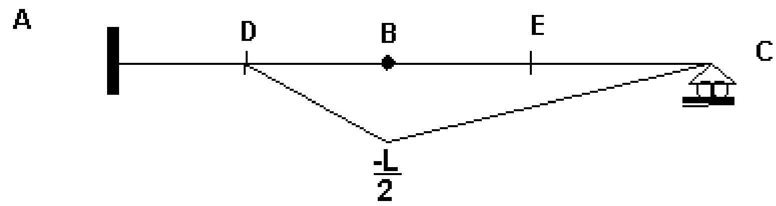


نمودار خط تاثیربرش درنقطه C″

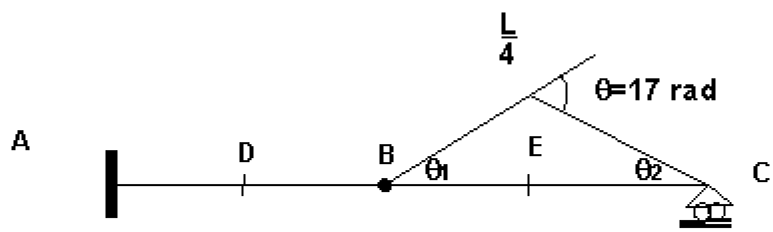
مثال:



خط تاثیرM_B



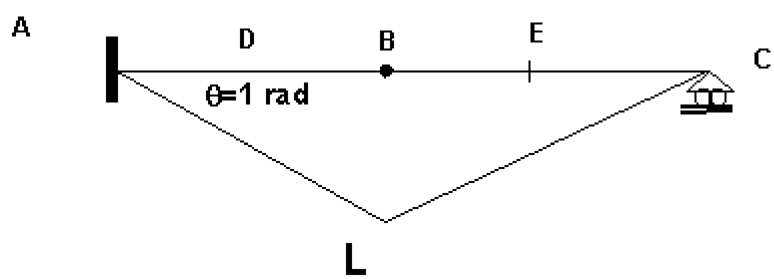
خط تاثیر M_D



خط تاثیر M_E

$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

$$\frac{x}{\frac{L}{2}} + \frac{x}{\frac{L}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{4x}{L} = 1 \Rightarrow x = \frac{L}{4}$$

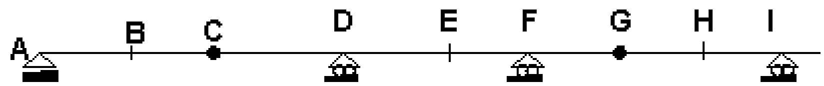


خط تاثیر عکس العمل M_A

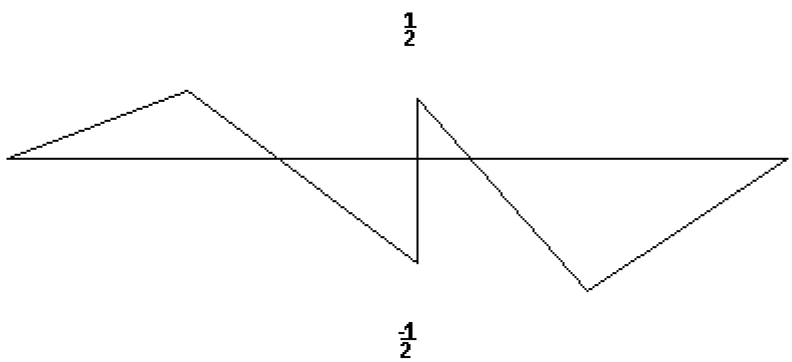
در سطحی که توسط خودمان تغییر داده شده (مفصل شده) و دوران ایجاد می کنیم باید زاویه

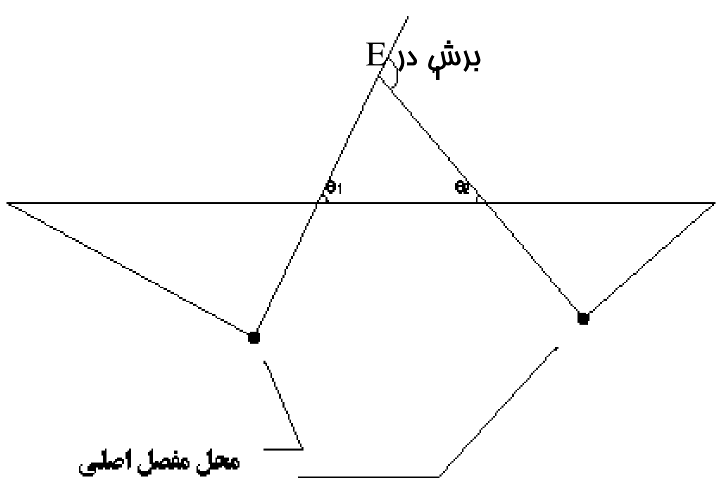
1 Rad باشد.

مثال:



خط تاثیر لنگر خنثی در نقطه Dدرمفصل اصلی لنگر خمشی صفر است.





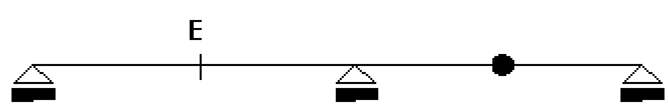
$$\theta_1 = \frac{x}{2}$$

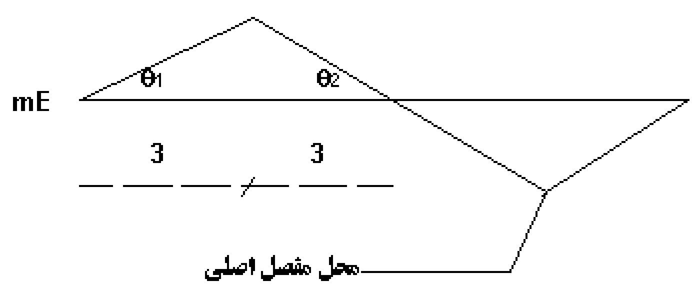
$$\theta_2 = \frac{x}{2} \rightarrow \theta_1 + \theta_2 = 1$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 1$$

خط تاثیر برای لنگر خمشی در جایی که خودمان مفصل نرختی تعریف می کنیم زاویه بین دو مفصل تاثیر باید برابر با 1 رادیان باشد.

مثال:

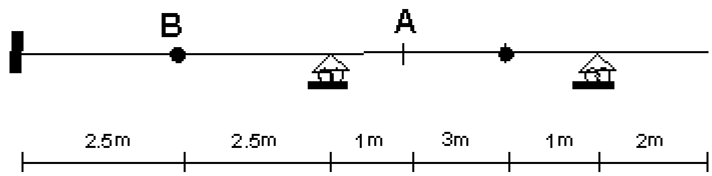




$$\theta_2 + \theta_1 = 1$$

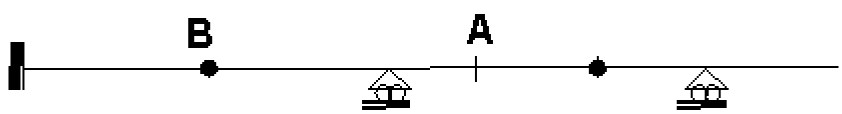
$$\frac{x}{3} + \frac{x}{3} = 1 \Rightarrow x = 1.5$$

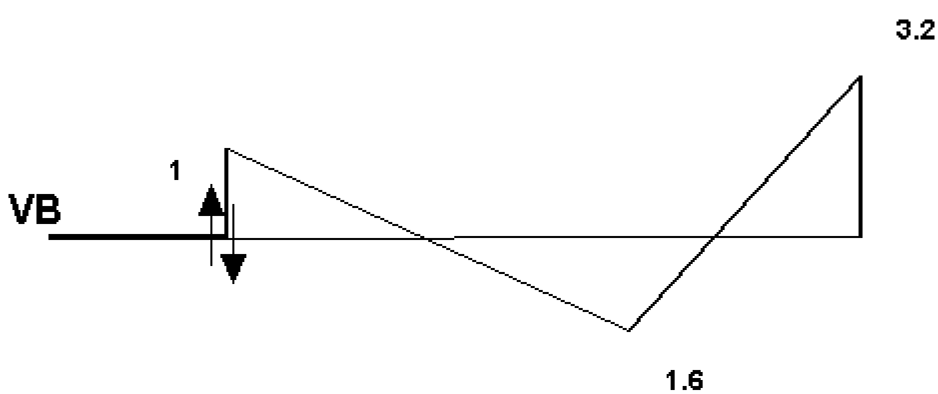
مثال:

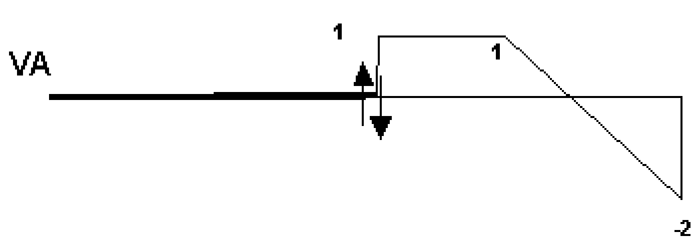


خط تاثیر mB

مثال:

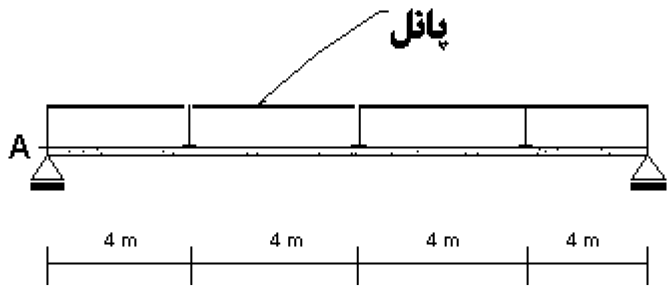


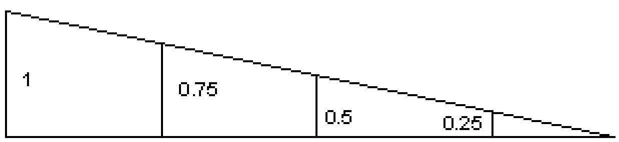




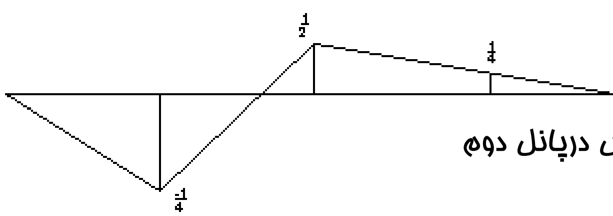
خط تاثیر تیرهای اصلی:

خط تاثیر عکس العمل تکیه گاه خط تاثیر برش در یک پانل خط تاثیر لنگر خمشی در یک نقطه نقاطی که تیرهای فرعی بر روی تیرهای اصلی تیکه می کنند نقاط پانلی می نامند.

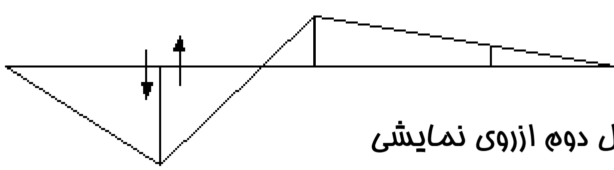




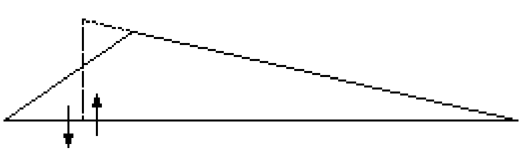
خط تاثیر تکیه گاه A



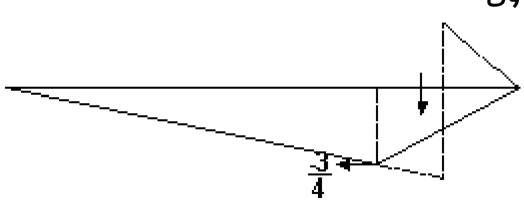
خط تاثیربرش درپانل دوم



خط تاثیربرشی درپانل دوم ازروی نمایشی



نیروی برشی درپانل اول



نیروی برشی درپانل چهارم

برای رسم خط تاثیرپانل باتوجه به نیروی یک واحدی که روی تیراصلی قرار می دهیم وبرشی که درآن پانل زده ایم تغییر شکل هرپانل رامی کشیم که همان خط تاثیرنیروی برشی درهر پانل است.

روش ترسیم خط تاثیر نیروی برشی در یک پانل:

روش اول:

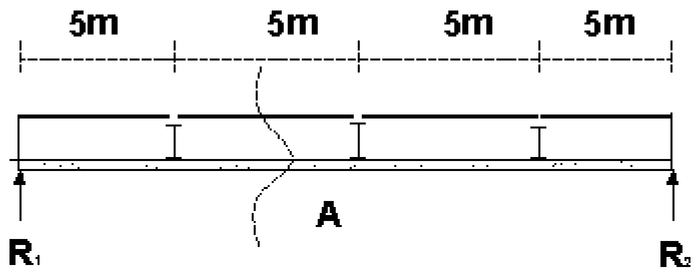
نیروی واحد در نقاط پانلی قرار داده می شود و به ازاء هر نیروی واحد مقدار برش در پانل مورد نظر محاسبه می گردد به این ترتیب عرض خط تاثیر در نقاط پانلی مشخص می شود با توجه به آنکه نمودار خط تاثیر از یک سری خطوط شکسته شده ، خطوط تاثیر رسم می شود.

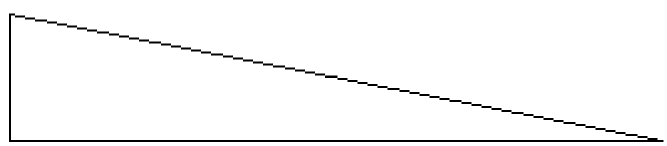
روش دوم:

مکانیزم تحمل برش در یک نقطه دلخواه از پانل مورد نظر را حذف کنید و در محل آن یک جفت نیروی برشی مثبت قرار دهید تغییر شکل تیر اصلی برای نیروی فوق را بگونه ای رسم کنید که اولاً مقدار جهش در نقطه مورد نظر برابر واحد شود ثانیاً شیب دو قطعه طرفین نقطه مورد نظر برابر باشد.

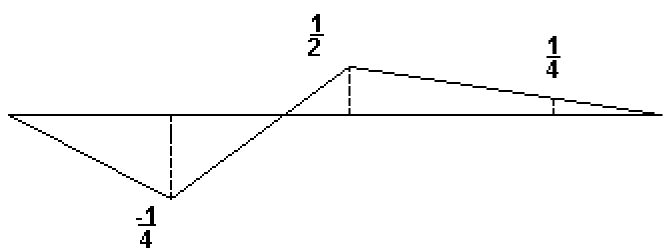
شکل تغییر فرم یافته سطحی که بازاز روی آن می گذرد همان خط تاثیر برشی است.

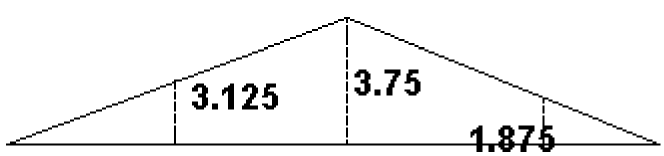
خط تاثیر برای تیرهای اصلی:



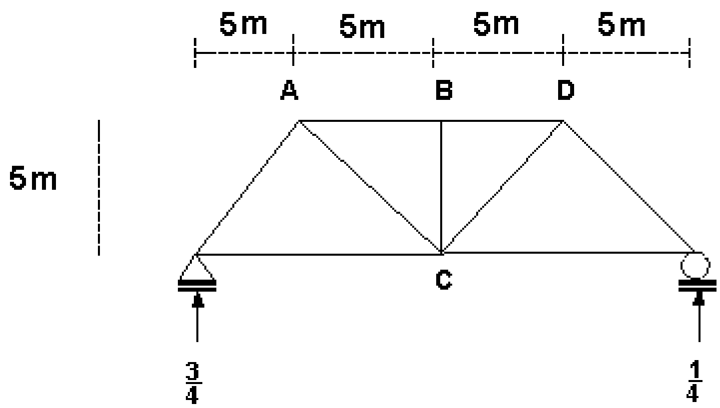


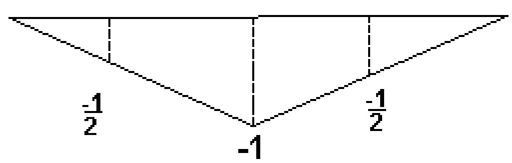
خط تاثیرعکس العمل R1



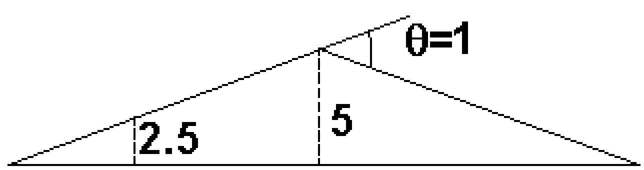


خط تاثیر خرپاها:

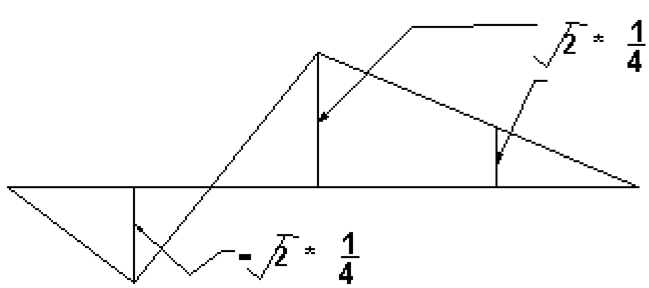


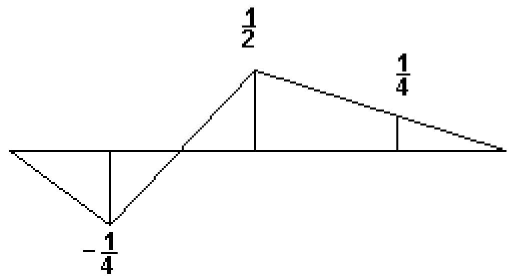


خط تاثیر درعضوAB

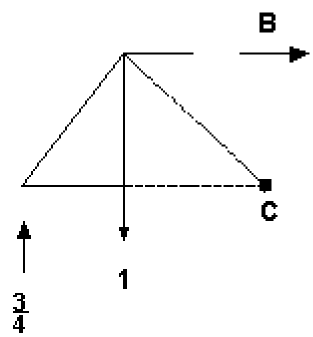


خط تاثیرM درنقطه C

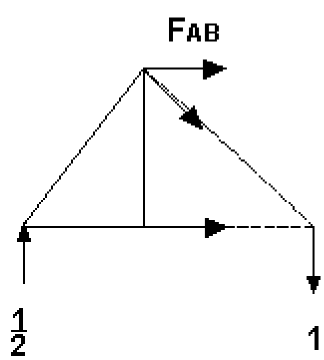




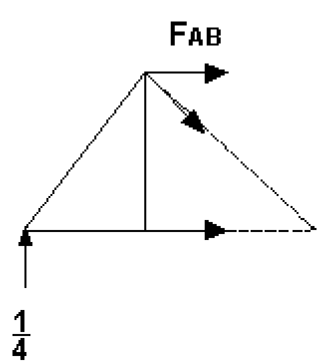
خط تاثیربرش درپانل دوم



$$\sum m_D = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}(10) - 1(5) + F_{AB}(5) = 0 \Rightarrow F_{AB} = \frac{-1}{2}$$



$$F_{AB} = -1$$



$$F_{AB} = -\frac{1}{2}$$

روش دوم: در این روش برای خرپاهایی است که عضوهای موازی و افقی داشته باشند.

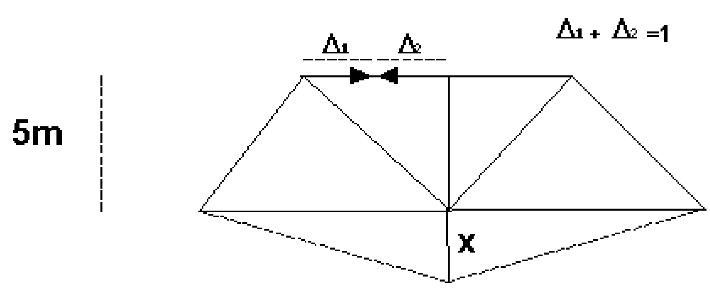
1- یک تیر معادل خرپا در نظر می گیریم.

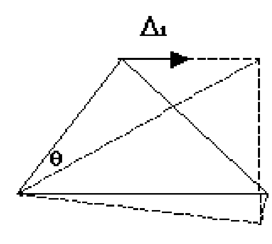
2- خط تاثیر برای لنگر خنثی نقطه ای از تیر که معادل نقطه ای از خرپاست که برای محاسبه نیروی داخلی حول آن لنگر گرفته می شود را رسم می کنیم.

3- از تصمیم این منحنی برنامه بین اعضای موازی خط تاثیر نیروی محوری اعضای موازی و افقی بدست می آید.

برای رسم خط تاثیر برش در عضوهای قطری در خرپاهایی که عضوهای موازی داشته باشند.

خط تاثیر برش در همان پانل مورد نظر می کنیم و با در نظر گرفتن هر عضو خرپا برابر یک پانل تیر اصلی بعد در $\frac{1}{\cos\theta}$ ضرب می کنیم که خط تاثیر برش در عضوهای قطری به دست می آید.





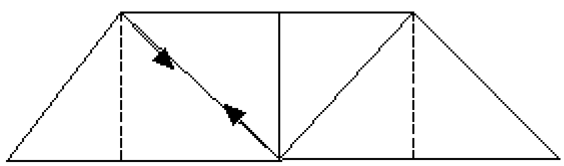
$\theta_1 =$ زاویه دوران خرپا تحت بارفرضی Δ_1

$\theta_2 =$ زاویه دوران خرپا تحت بارفرضی Δ_2

$$\theta_1 = \frac{\Delta_1}{5} \Rightarrow x = \theta_1 \times 10 \Longrightarrow \Delta_1 = \frac{x}{2}$$

$$\theta_2 = \frac{\Delta_2}{5} \Rightarrow x = \theta_2 \times 10 \Longrightarrow \Delta_2 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 1$$



موارد استفاده خط تاثیر:

1-بدست آوردن مقدار تابعی که خط تاثیرآن

دردسترس است.به ازاء یک بارگذاری مشخص

I)اگر یک بارمتمرکزداشته باشیم

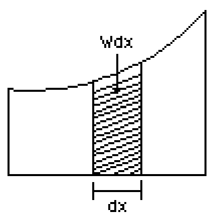
1)مقدار تابع موردنظربرابرحاصلضرب مقداربار

متمرکزازعرض خط تاثیردرمحل اعمال بارخواهد بود. $H = QY$

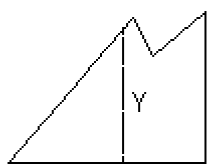
2)اگرچندبارمتمرکزداشته باشیم

$$H = \sum Q_i Y_I$$

3-اگربارگسترده داشته باشیم



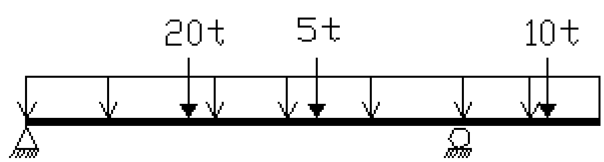
اگربارگسترده یکنواخت داشته باشیم حاصلضرب سطح زیر منحنی خطتاثیردرمحدوده ای که بارگسترده یکنواخت واقع شده درشدت بارگسترده می باشد.

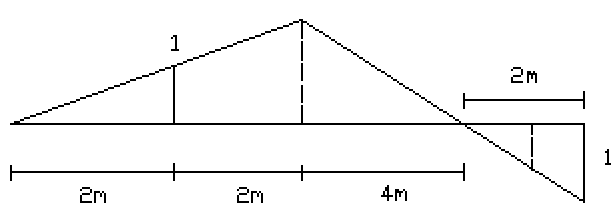


$$dH = wdxy = wydx$$

$$H = \int wydx$$

اگر باگسترده یکنواخت داشته باشیم $\Rightarrow H = w\int ydx$





لنگرمربوط به نیروی متمرکز از 20 ton: $20\times 1 = 20\ ton.m$

لنگرمربوط به نیروی متمرکز از 50: $5\times 2 = 10\, ton.m$

لنگرمربوط به نیروی متمرکز از 10 ton $10\times(-1) = -10\ ton.m$:

لنگرمربوط به بارگسترده $10\times(2\times 8\times\frac{1}{2} - 1\times 2\times\frac{1}{2}) = 70\, ton.m$:

$$M = 20+10-10+70 = 90 \quad Ton.m$$

2-کاربرددوم خط تاثیر

تعیین موقعیت بارهای زنده برای ایجاد تصاویرحداکثروحداقل توابعی که خط تاثیرآنها دردسترس است.

I)یکبارمترکز :

برای ایجاد مقدار حدکثر بایستی باردرمحلی قرار گیرد که عرض خط تاثیر حداکثر باشد

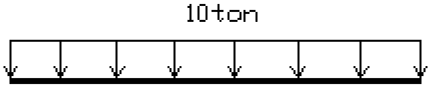
II)مقدار حداکثرتابع وقتی ایجاد میشود که یکی از بارهای متمرکز تابع برمحل حداکثرخط تاثیر قرار گیرد.

$M = 10\times 2 + 5\times 1 = 25 \ \ ton$

پس حالت اول $M = 5\times 2 + 10\times 1 = 20 \ \ ton$ حالت بحرانی ترمی باشد ةاگربارهازیاد باشدودرمحدوده تیرقرار نگیرد آنها راحساب نمی کنیم.

III)بارگسترده یکنواخت:

به عنوان مثال اگر درتیرقبلی هدف لنگرمثبت باشد باید باردرمحدوده ای قراربگیردکه عرض خط تاثیرمثبت باشداگرهدف درتیرقبلی بدست آوردن لنگرخمشی منفی باشدبایددرجایی قرار گیردکه عرض خط تاثیرمنفی شود



max لنگرمثبت $M^+ = 10\times 2\times \frac{1}{2} = 80 \ \ ton$

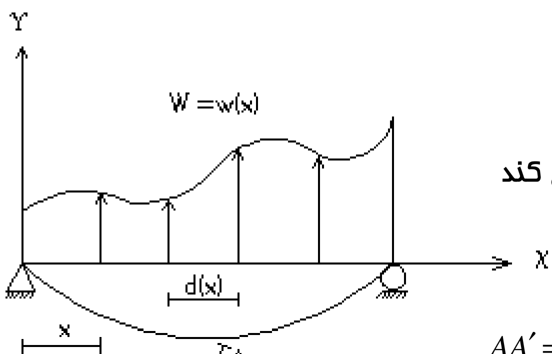
max لنگرمنفی $M^- = 10\times 2\times \frac{1}{2} = 10 \ \ ton$

محاسبه تغییر شکل تیرها:

1-معیارکنترل سختی درطراحی سازه ها

2-آنالیزدینامیکی سازه ها

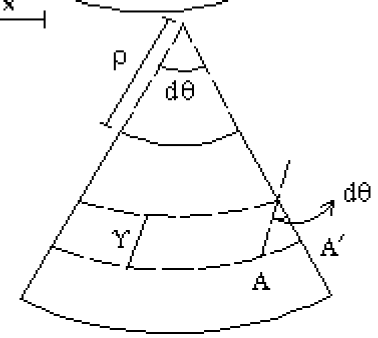
3-آنالیزسازه های نامعین به روش نیرو



معادله دیفرانسیل تغییر شکل تیرها:

1-مصالح تشکیل دهنده تیرازقانئن هوک تبعیت می کند

2-تغییرفرمهابسیارکوچک است.



$$AA' = y d\theta \quad , BB' = \rho d\theta$$

$$\varepsilon = \frac{AA'}{BB'} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \Rightarrow \sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow \frac{y}{\rho} = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma = \frac{My}{I} \rightarrow \frac{y}{\rho} = \frac{My}{EI} \rightarrow \frac{M}{EI} = \frac{1}{\rho}$$

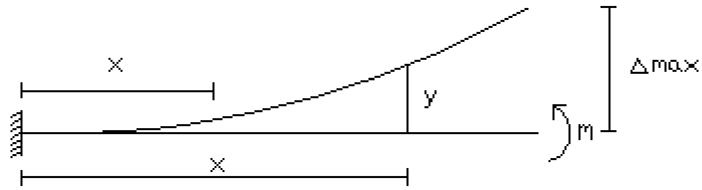
$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

$$y = f(x)$$

$$K = \frac{y''}{[1 + y'^2]^{\frac{3}{2}}} \qquad\qquad \frac{y''}{[1 + y'^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{EII}$$

$$y'' = \frac{M}{EI}$$

بافرض تغییر تغییرمکانهای کوچک



$$y'' = \frac{M}{EI} \Rightarrow M(x) = M$$

$$y' = \frac{M}{EI}x + C_1 \qquad , \qquad y = \frac{M}{2EI}x^2 + C_1 x + C_2$$

$$y'(0) = 0 \rightarrow C_1 = 0 \rightarrow y(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$y = \frac{M}{2EI}x^2$$

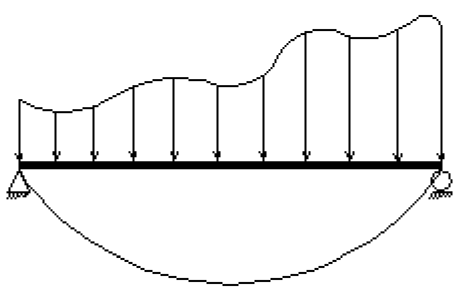
بافرض تغییرمکانهای کوچک $\Delta_{\max} = \dfrac{M}{2EI}x^2$

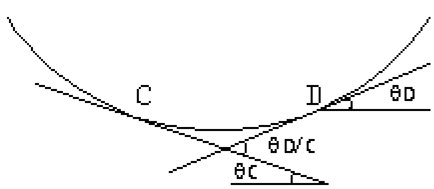
بافرض تغییرمکانهابزرگ $\dfrac{1}{\rho} = \dfrac{M}{EI}$

منحنی تغییر فرم تیریک دایره به شعاع روبرو است که درمحل تکیه گاه برخط افقی مماس است. $\rho = \dfrac{EI}{M}$

قضایای لنگرسطح:

روش لنگرسطح-باراالاستیک-تیر مزدوج

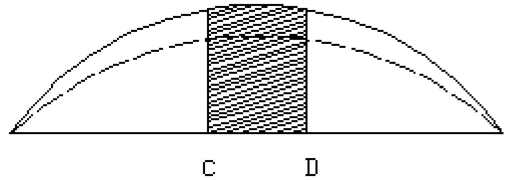




زاویه ای که مماس مرسوم ازنقطه C باید درخلاف جهت عقربه های ساعت دوران کندتابرخط مماس مرسوم بر D منطبق شود $\theta_{\frac{D}{C}} =$

$$\theta_{\frac{D}{C}} = \theta_D - \theta_C$$

قضیه اول لنگر سطح:



$$y''=\frac{M}{EI}\quad , \quad y'=\theta \ , \ y'=\frac{d\theta}{dx}$$

$$V''=\frac{M}{EI}\ , \ \frac{dV'}{dx}=\frac{m}{EI}\qquad v'=\theta\rightarrow\frac{d\theta}{dx}=\frac{M}{EI}\rightarrow d\theta=\frac{M}{EI}dx\rightarrow d\theta=\frac{M}{EI}dx\rightarrow\int_C^D d\theta=\frac{M}{EI}\int_C^D dx\rightarrow$$

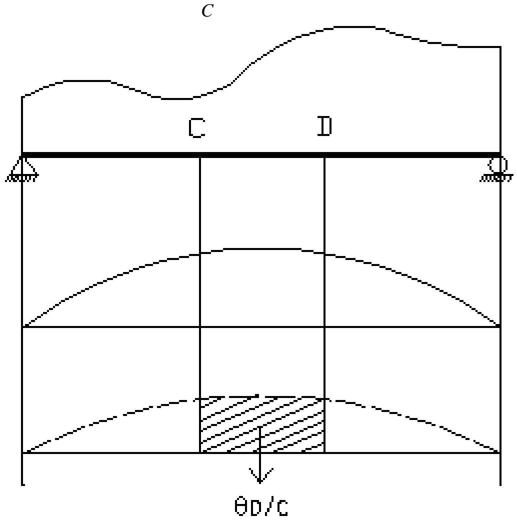
$$\theta_D-\theta_c=\int_C^D\frac{M}{EI}dx\qquad\Rightarrow\theta_{D/C}=\int_C^D\frac{M}{EI}dx$$

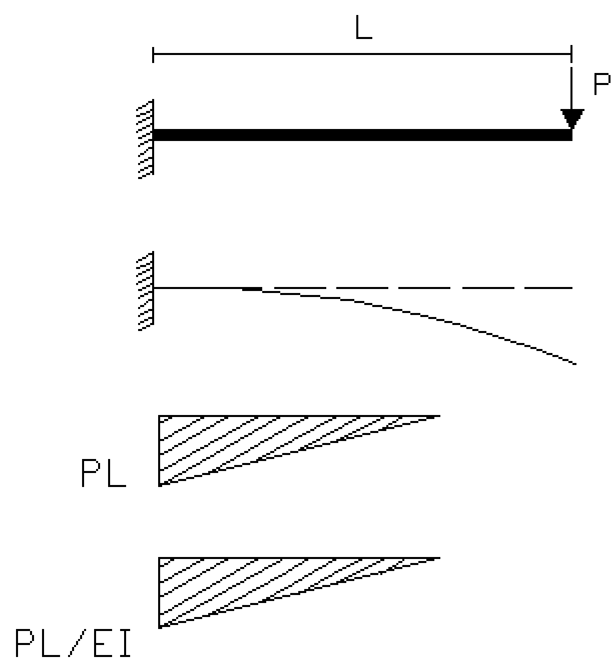
قضیه اول لنگرسطح:

$\theta_{D/C}$زاویه بین مماسهای مرسوم از نقاط D وC برابر است باسطح زیرمنحنی $\frac{M}{EI}$ بین نقاط C وD

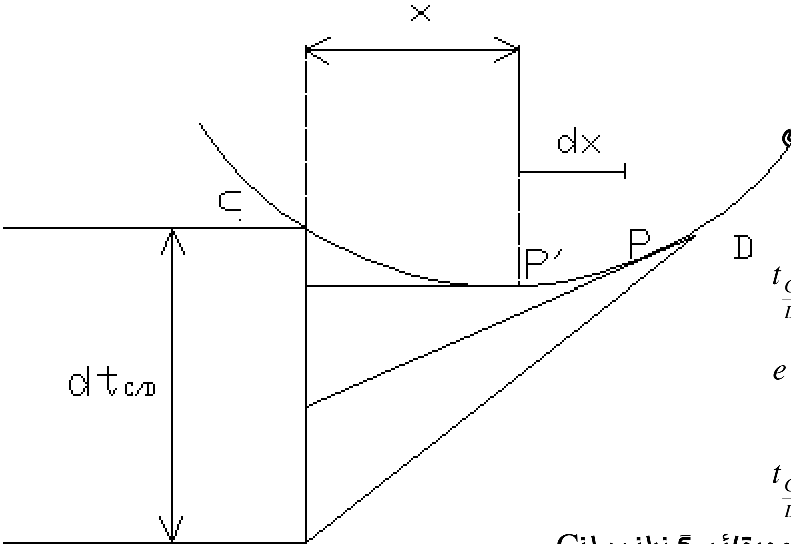
سطح زیرنمودار $\frac{M}{EI}$ درفاصله c و D= $\theta_{D/C}$

$\theta_D=\theta_C+\theta_{D/C}$ برحسب رادیان





قضیه دوم لنگرسطح:



تغییر شکل سازه رابه صورت بزرگ می کشیم

D

$t_{C/D} =$ انحراف نقطه C ازمماس مرسوم ازنقطه

$$e = d = dt_{C/D} = x\alpha = x\theta\frac{\rho}{\rho'}$$

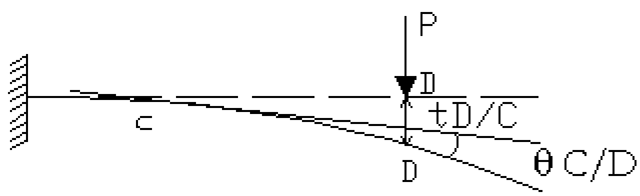
$$t_{C/D} = \int x\theta\frac{\rho}{\rho'}$$

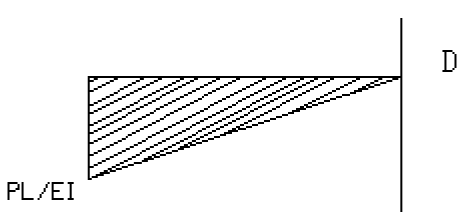
لنگراول سطح زیر نمودارC تا D نسبت به محورقائم گذارنده ازC

قضیه دوم لنگرسطح :

انحراف نقطه C از خط مماس مرسوم ازنقطه D برابر است بالنگراول سطح زیرنمودار $\frac{m}{EI}$ درفاصله

C تاD نسبت به محور قائم گذارنده ازC

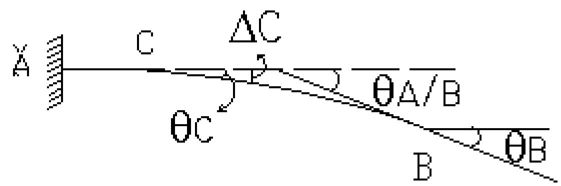


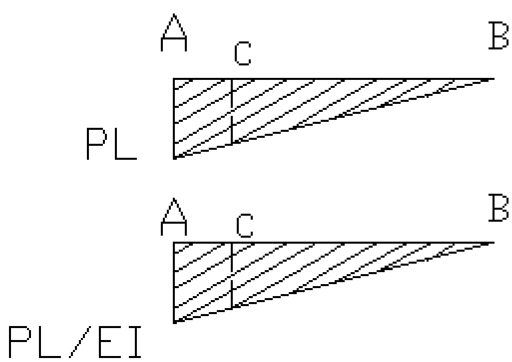


سطح زیرنمودار $\frac{M}{EI}$ از نقطه C تانقطه D = $\theta_D - \theta_C$

مثال:

خیزوشیب تیر درانتهای آزاد رامحاسبه کنید.





$$\theta_B = \theta_{\frac{B}{A}} = -\frac{Pl}{EI} \times \frac{L}{2} = \frac{-pL^2}{2EI}$$

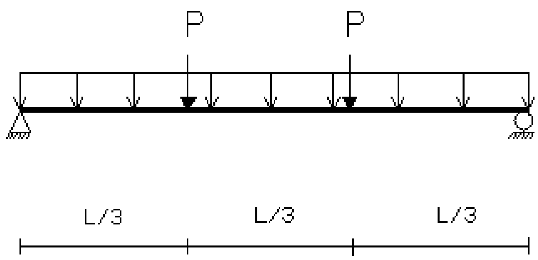
$$t_{\frac{B}{A}} = -\frac{Pl}{EI} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{3} = \frac{-pL^3}{6EI}$$

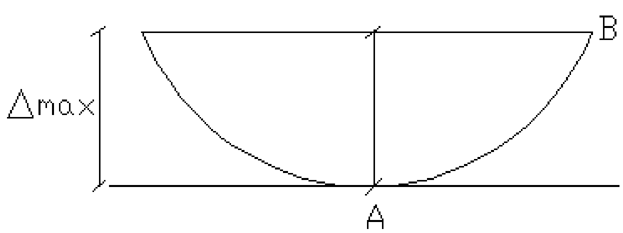
نقطه C در $\frac{L}{4}$:لنگراول سطح زیرنمودار $\frac{m}{EI}$ درفاصله A تا C $\Delta_C = \frac{t_c}{A}$ وبالاخره برای بدست آوردن

معادله کلی شیب تیرباید نقطه ای رادرفاصله X ازA درنظرگرفته $t\frac{x}{A}$ رابنویسیم.

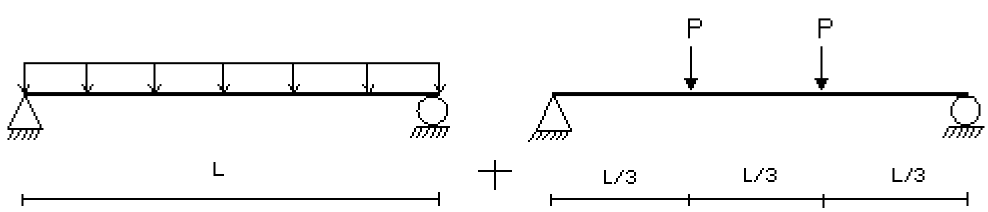
مثال:

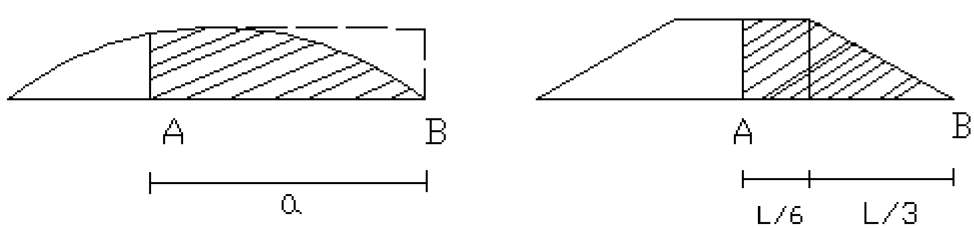
خیزوشیب تیر روبرو راپیداکنید





$$\Delta = -t_{\frac{B}{A}}$$

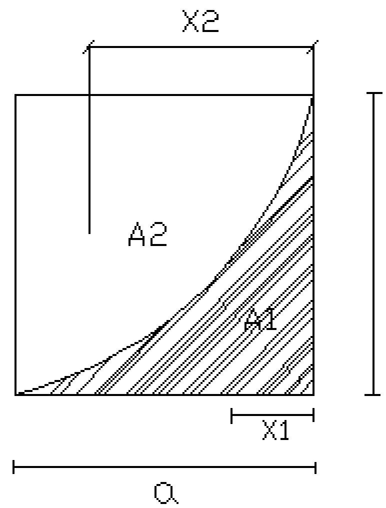




$$t_{\frac{B}{A}} = \frac{2}{3}\times\frac{L}{2}\times\frac{wl^2}{8EI}\left(\frac{l}{2}\times-\frac{3}{16}l\right)+\frac{l}{6}\times\frac{pl}{3EI}\left(\frac{l}{3}+\frac{l}{12}\right)+\frac{l}{3}\times\frac{pl}{3EI}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{l}{3}$$

$$t_{\frac{B}{A}} = \frac{5wl^4}{384EI}+\frac{23pl^3}{648EI}$$

نکاتی درمورد سهمی درجه n:



$$A_1 = \frac{1}{n+1}ab \qquad , \qquad A_2 = \frac{n}{n+1}ab$$

$$x_1 = \frac{1}{n+2}a$$

$$x_2 = ab \times \frac{a}{2} - \frac{1}{n+1}ab(a - \overbrace{\frac{a}{n+2}}^{x_1} = ab - \frac{ab}{n+1}$$

x_1**:** فاصله مرکزثقل $A1$

x_2**:** فاصله مرکزثقل $A2$

برای سهمی درجه n داریم:

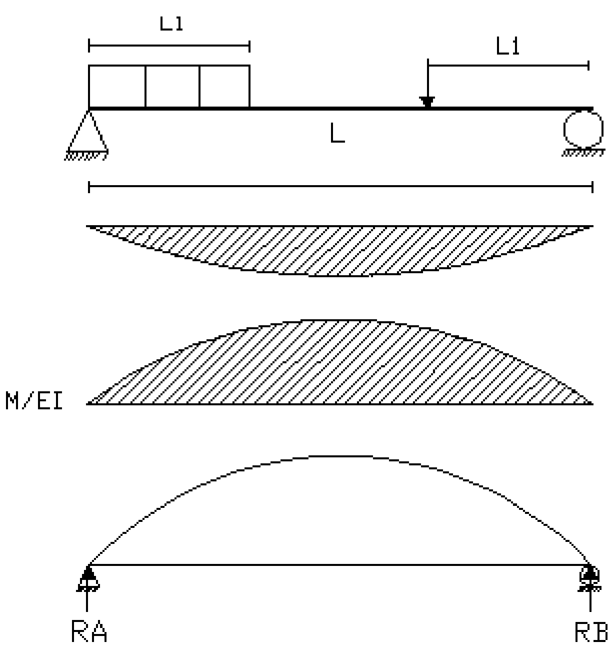
$$x_2 = \frac{n+1}{2(n+2)}a$$

مراحل انجام روش عبارتند از:

1-محاسبه شیب منحنی الاستیک درتکیه گاه ها

2-شیب یک نقطه دلخواه ازتیرراحساب کنید.

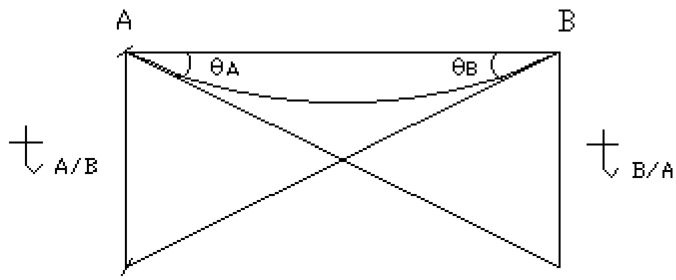
3-خیزتیردریک نقطه مشخص راحساب کنید.



$$R_A = \frac{t_{\frac{B}{A}}}{L} = -\theta_A \qquad , \qquad R_B = \frac{t_{\frac{A}{B}}}{L} = \theta_B$$

توجه شود که این روابط فقط برای تیرهای دوسرمفصل صادق است.

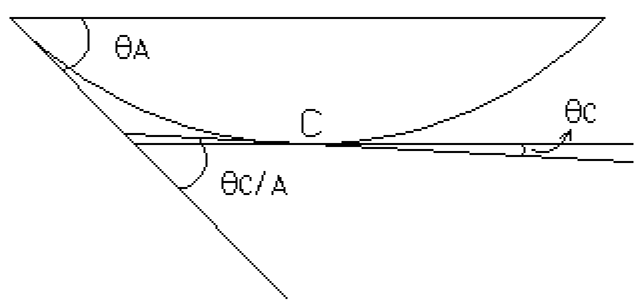
وبارگذاری کلی است وتیردومفصل است.



$$\theta_A = \frac{-t_{\frac{B}{A}}}{L} \qquad , \qquad \theta_B = \frac{t_{\frac{A}{B}}}{L}$$

1)مقدارشیب θمنحنی الاستیک درتیراصلی درمحل تکیه گاه هابرابر مقدارعکس العمل تکیه گاه

درتیرتحت اثربارالاستیک می باشد $\frac{m}{EI}$

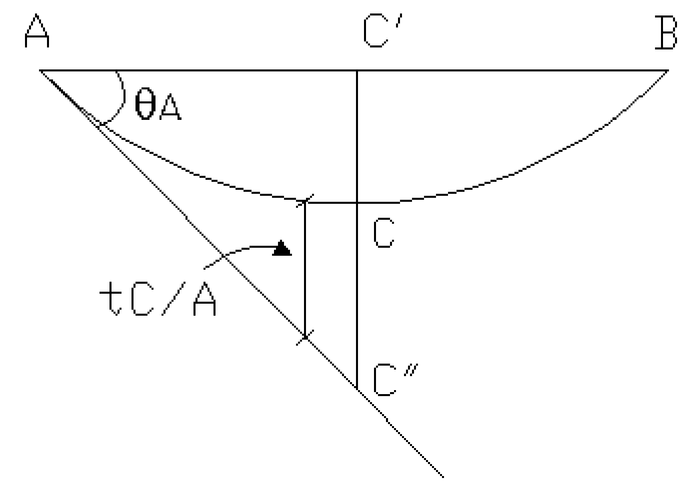


$$\theta_{\frac{C}{A}} = \theta_C - \theta_A$$

$$\theta_C = \theta_{\frac{C}{A}} + \theta_A \rightarrow \theta_C = \theta_{\frac{C}{A}} - \frac{t_{\frac{B}{A}}}{L}$$

$$\theta_C = \underbrace{\theta_{\frac{C}{A}} - R_A}_{V}$$

2-مقدارشیب منحنی الاستیک دریک نقطه ازتیراصلی برابر نیروی برشی درتیرتحت اثربارالاستیک $\frac{M}{EI}$ می باشددرهمان نقطه مشخص



$$C'C'' = x_c.\theta_A$$

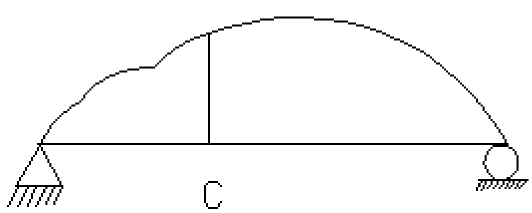
$$CC'' = t_{\frac{C}{A}}$$

$$\Delta = CC' = C'C'' - CC''$$

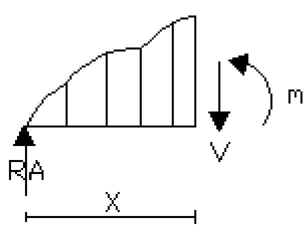
$$\Delta = x_c.\theta_A - t_{\frac{C}{A}}$$

$$\Delta = -x_c.\theta_A - t_{\frac{C}{A}}$$

$$M = R_A x - * = (\theta_A x - t_{\frac{C}{A}}) = M$$



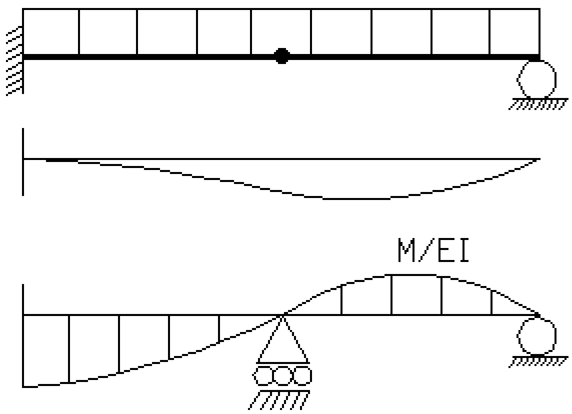
(*:لنگر سطح نسبت به نقطه C)



3-مقدار خیزمنحنی الاستیک دریک نقطه ازتیراصلی

برابر لنگرخمشی تیرتحت تاثیربارالاستیک $\frac{M}{EI}$ درهمان نقطه می باشد.

روش تیرمزدوج ویاروش تیرفرضی:



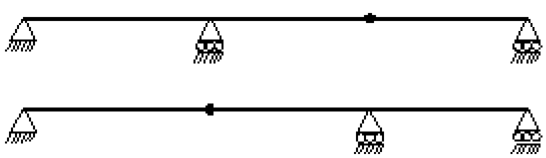
چون درتکیه گاه گیردار شیب و خیزصفراست بنابراین بایدلنگر خمشی وبرش درآنجا (درتیر فرضی)صــفر باشد بنابراین:

1-تکیه گاه گیردار درتیراصلی به انتهای آزاد درتیر فرضی تبدیل می شود.

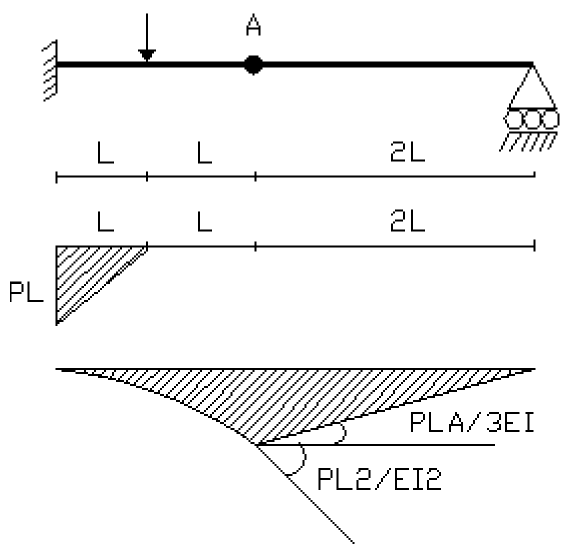
2-تکیه گاه غلطک یامفصل کناری درتیراصلی درتیرمزدوج تغییرنمی کند.

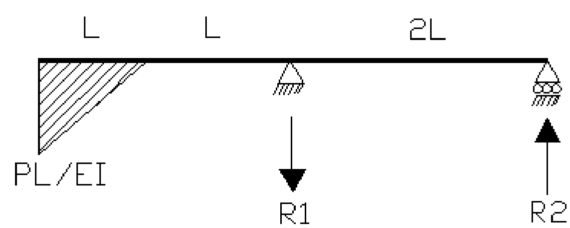
3-مفصل داخلی درتیراصلی تبدیل به تکیه گاه مفصلی درتیرمزدوج می شود.

4-تکیه گاه مفصل میانی درتیراصلی تبدیل به مفصل داخلی درتیر مزدوج می شود.



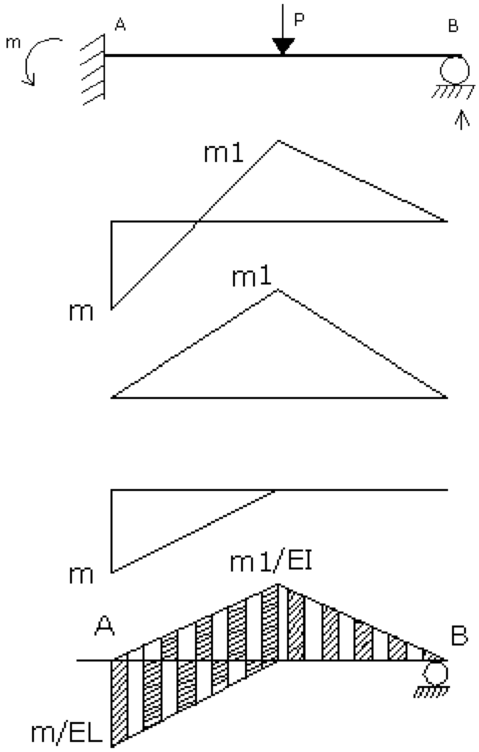
مثال:





$$\Delta_A = \frac{PL}{EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \frac{5L}{3} = \frac{5PL^3}{6EI}$$

مثال:



تیرمزدوج بوجودآمده دراینحالت پایدار است

بنابراین برای اینکه ایـــن تیرپایدار باشد باید

رابطه ای معـــین بین بارهای وارده براین تیر

وجود داشـــته باشـــد.

درتیر اصلی:

$$M_1 = R\frac{L}{2} \qquad (1)$$

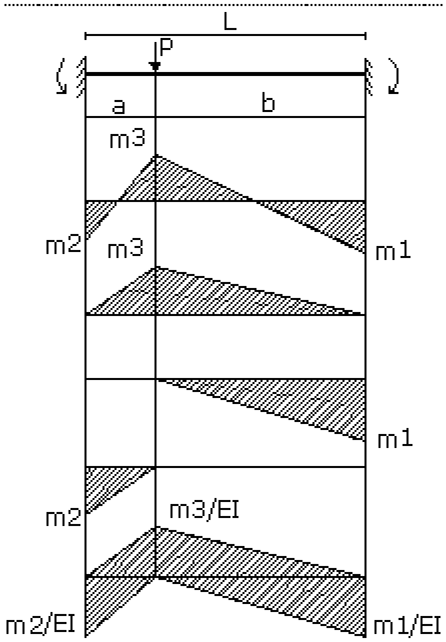
$$+\uparrow\sum M_A = 0 \to M = \frac{PL}{2} - RL \qquad (2)$$

درتیرمزدوج:

$$+\uparrow\sum M_B = 0 \to \frac{M}{EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{L}{2}\times\frac{5L}{6} = \frac{M_1}{EI}\times L\times\frac{L}{2}\times\frac{L}{2}$$

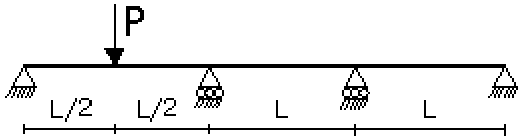
$$\to \frac{5pl}{2} - 5RL = 3RL \to 5pl = 16Rl \to R = \frac{5p}{16}$$

ازاینجا M و M_1 رامحاسبه می کنیم.

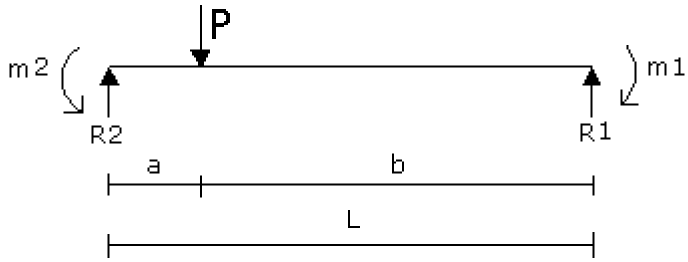


مثال:

درتیراصلی داریم:



$$1)R_1+R_2=P$$
$$2)R_2\times L-P\times b+M_1-M_2=0$$
$$3)R_1\times L-P\times a-M_1+M_2=0$$

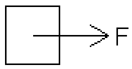


$$4)M_1+M_3-R_1\times b=0$$
$$5)R_1=\frac{M_1-M_2+Pa}{L}$$
$$4,5)\Rightarrow M_1+M_3-(M_1-M_2+Pa)\frac{b}{L}=0\Rightarrow(1-b)M_1+\frac{b}{L}M_2+M_3=\frac{Pab}{L}\quad(6)$$

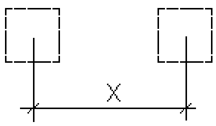
درتیرمزدوج داریم:

$$+\uparrow\sum F_y=0\rightarrow\frac{M_1}{EI}\times\frac{b}{2}+\frac{M_2}{EI}\times\frac{a}{2}=\frac{M_3}{EI}\frac{L}{2}\rightarrow bM_1+aM_2-LM_3=0\quad(7)$$
$$\sum M_0=0\rightarrow\frac{M_1}{EI}\times\frac{b}{2}\times\frac{2b}{3}-\frac{M_2}{EI}\times\frac{a}{2}\times\frac{2a}{3}+\frac{M_3}{EI}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{3}+\frac{M_3}{EI}\times\frac{b}{2}\times\frac{b}{3}=0$$
$$\frac{b^2}{3}M_1-\frac{a^2}{3}M_2+(\frac{a^2-b^2}{6})M_3=0\quad(8)$$
$$(7),(8)\ ,(9\ )\Rightarrow\begin{cases}M_1=\dfrac{pa^2b}{L^2}\\ M_2=\dfrac{pab^2}{L^2}\end{cases}$$

روشهای انرژی:



اگر x درامتداد f باشد.



$$work = F.\,x$$

$$work = \vec{F}\ .\ \vec{x} = Fx\cos\alpha$$

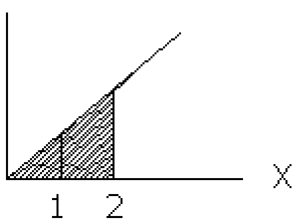
α=زاویه بین راستای xو F

درصورتیکه راستای نیروجابجایی تغییر نکند : $u_{1\to 2} = \int_1^2 \vec{F}.\vec{dr}$

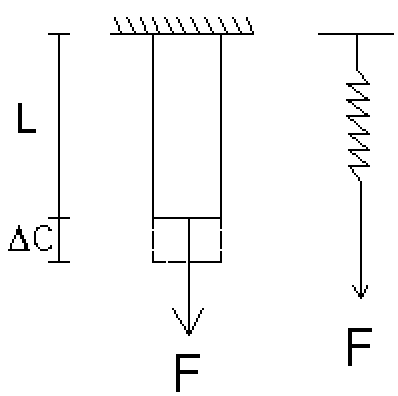
درصورتیکه تغییرات نیروخطی باشد: $u_{1\to 2} = \int_1^2 F dr$

درراستای نیرووجابجایی تغییرنکند(بصورت خطی تغییرکند)

$$u = \int_0^2 F\ dx \to u = \frac{1}{2}Fx$$



مثال: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times Fx \to x = \frac{F}{k}$



$W_e = \frac{1}{2}F\Delta L$ کارانجام شده توسط نیروهای خارجی (کارخارجی)

$u = W_I$ کارانجام شده توسط نیـــروهای خـــارجی برابر انرژی

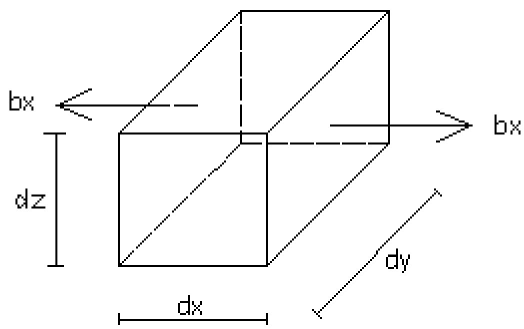
پتانسیل ذخیره شده درجسم می باشد(کارداخلی)

تنش محوری:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_x}{E} \qquad du = \frac{1}{2} dF dx$$

$$dF = \sigma_x dydz \qquad du = \frac{1}{2}(\sigma_x d_y d_z)(\varepsilon_x dx)$$

$$\Delta L = \varepsilon_x dx \qquad (*) du = \frac{1}{2}\sigma_x \varepsilon_x dV$$



* انرژی کرنشی داخلی برای جزکوچک

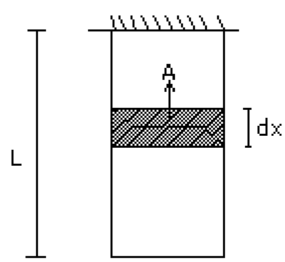
$u_\circ = \dfrac{du}{dV} = \dfrac{1}{2}\sigma_x \varepsilon_x$ انرژی پتانسیل ذخیره شده درواحد حجم   یاچگالی انرژی کرنشی

کارتنشهای نرمال $\sigma_x = E\varepsilon_x \Rightarrow u = \int \dfrac{1}{2E}\sigma_x^{\,2} dV$ $\qquad u = \int \dfrac{1}{2}\sigma_x \varepsilon_x dV$

کارتنشهای برشی $u = \int \dfrac{\tau^2}{2G} dv$

ضریب ارتجاعی برشی $G = \dfrac{\varepsilon}{2(1+V)}$

مثال :



$$\sigma = \frac{p}{A}$$

$$u = \int \frac{\sigma_x^{\,2}}{2E} dv = \int_0^L (\frac{p}{A})^2 \times \frac{1}{2E} Adx$$

$$dV = Adx$$

برای اعضایی که تحت تاثیرنیروی محوری pقرار گرفته اند $u = \int_0^L \dfrac{p^2}{2AE} dx$

کارداخلی:کارانجام شده توسط نیروهای داخلی $u = \dfrac{p^2 l}{2AE}$ AoP ثابت

مثال درتیرها:

$$\sigma = \frac{M_y}{I} \quad u = \int_v \frac{\sigma^2{}_x dv}{2E} = \int_A \int_x (\frac{M_y}{I})^2 \frac{1}{2E} dxdA$$

$$dV = dAdx$$

$$= \frac{1}{2E} \int_x (\frac{M}{I})^2 \int_A y^2 dAdx = \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{M^2}{I^2} \times Idx$$

انرژی ذخیره شده درتیر تحت تاثیرخمشی خالص $u = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx$

انرژی ذخیره شده درتیر تحت تاثیرنیروی برشی $u = \int_0^L \frac{V^2}{2GA_s} dx \quad \tau = \frac{VQ}{I}$

$$A_s = \frac{A}{K}$$

K=1.2 برای مقاطع مستطیلی , $K = \frac{10}{9}$ برای مقاطع دایره ای

K=1 برای نیمرخهای I شکل

مثال:

سازه تحت اثرلنگرپیچشی

T: لنگرپیچشی $\quad u = \int \frac{T^2 dx}{2Gj}$

G:ضریب الاستیسیته پیچشی

J:لنگر قطبی $j = I_x + I_y$

روشهای انرژی:

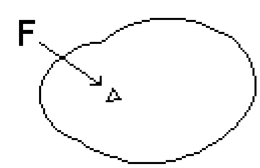
انرژی داخلی ناشی ازخمش $=\int \frac{M^2dx}{2EI}$

انرژی داخلی ناشی ازبرش $=\int \frac{V^2dx}{2GA_s}$ $\qquad A_s=\frac{A}{K}$

انرژی داخلی ناشی ازپیچش $=\int \frac{T^2dx}{2Gj}$ $\qquad j=I_x+I_y$

انرژی داخلی ناشی ازتنشهای محوری $=\int \frac{p^2dx}{2EA}$

استفاده ازبقاء انرژی درمحاسبه تغییرفرم:

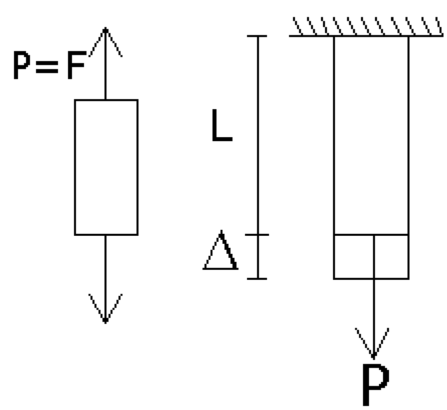


$$W_e=W_I \qquad W_e=\frac{1}{2}F\Delta$$

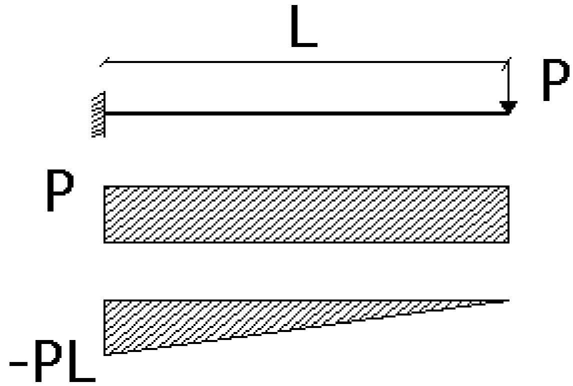
$$W_I=u=\int_0^L \frac{F^2dx}{2\varepsilon_A}=\frac{F^2L}{2\varepsilon_A}$$

$$W_I=u=\int_0^l \frac{F^2dx}{2\varepsilon_A}=\frac{F^2L}{2\varepsilon_A}$$

$$\frac{1}{2}F\Delta=\frac{F^2L}{2\varepsilon_A}\rightarrow\Delta=\frac{Fl}{\varepsilon_A}$$



مثال:



$$W_e = \frac{1}{2} p\Delta$$

$$u = \int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} + \int_0^L \frac{1.2V^2 dx}{2GA_s}$$

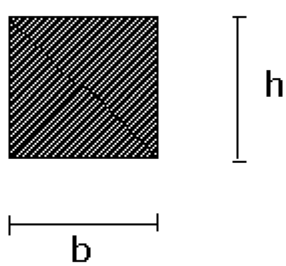
مبدارامحل نیروی p می گیریم.

$$u = \int_0^L \frac{p^2 x^2 dx}{2EI} + \int_0^L \frac{1.2V^2 dx}{2GAf} \qquad Af = \frac{A}{K}$$

$$u = \int_0^L \frac{p^2 x^2 dx}{2EI} + \int_0^L \frac{1.2p^2 dx}{2GA}$$

$$\frac{p^2}{2EI}\int_0^L x^2 dx + \frac{0.6p^2}{GA}\int_0^L dx \rightarrow u = \frac{p^2 L^3}{6EI} + \frac{0.6p^2 L}{GA}$$

$$W_I = W_e \rightarrow \Delta = \frac{pL^3}{3EI} + \frac{1.2pL}{GA}$$



اگر ارتفاع کم باشد ازتغییر فرم ناشی ازبرش صرفنظر می کنیم.

برای ارتفاعهای کوچک مقدار h/c بسیارناچیز است.

محدودیتهای روش بقاء انرژی:

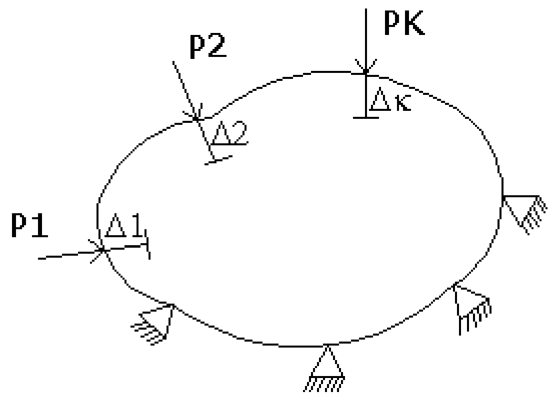
1–بایستی فقط یک بارمترکز به سیستم وارد شود.

2-تغییرمکان رافقط درمحل اعمال بارداریم ودرجهت بار

قضیه کاستلیانو

برای یک سازه اگرتغییر درجه حرارت نداشته باشیم ونشست تکیه گاهی وجود نداشته باشد آنگاه مقدار تغییر فرم یک نقطه ازسازه درامتداد نیروی که درآن نقطه وارد می شودبرابر است بامشتق ارنژی (داخلی)سیستم نسبت به نیروی وارد شده به آن نقطه.

U=انرژی داخل



$$\Delta_k = \frac{\partial u}{\partial p_k} \qquad \partial_k = \frac{\partial_k}{\partial M_k}$$

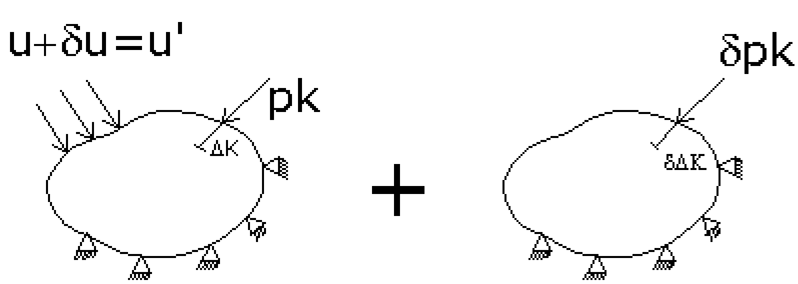
$$u = u(p_1, p_2, \dots, p_k)$$

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial p_1}\delta p_1 + \frac{\partial u}{\partial p_2}\delta p_2 + \dots + \frac{\partial u}{\partial p_k}\delta p_k + \dots$$

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial p_k}\delta p_k$$

$$\delta p_1 = \delta p_2 = \dots = 0 \qquad , \quad if \quad \delta p_k \neq 0$$

$$u + \delta u = u'$$



δp_k باعث ایجاد تغییر مکان کوچک $\delta\Delta_k$ شود

کارانجام شده توسط نیروهای $\frac{1}{2}\delta p_k \delta\Delta_k = \delta p_k$

کارانجام شده توسط نیروهای خارجی $W + \delta p_k \Delta_k$

$$W_p + \delta p_k \Delta_k = u + \delta u \xrightarrow{We=u} \delta p_k \Delta_k = \delta u \rightarrow \delta p_k \Delta_k = \frac{\partial u}{\partial p_k}\delta p_k$$

$$\Rightarrow \Delta_k = \frac{\partial u}{\partial p_k}$$

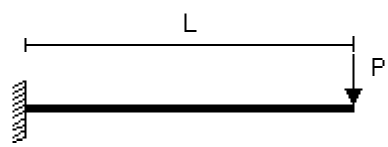
تغییرات طول حاصل ازنیروی محوری $\Delta = \frac{pL}{EA}$

نیروی محوری $u = \int_0^L \frac{p^2 dx}{2EA}$

نیروی محوری: $\int_0^L \frac{p^2 dx}{2EA}$ $\qquad \Delta = \frac{\partial u}{\partial p} = \int_0^L \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p^2 dx}{2EA}\right) = \int_0^L \frac{2pdx}{2EA}$

$$\int_0^L \frac{pdx}{EA} = \frac{pL}{\varepsilon A}$$

مثال:



$$u = \int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} + \int_0^L \frac{V^2 dx}{2GA_f} \qquad M = -px \rightarrow \frac{\partial M}{\partial P} = -x$$

$$V = p \rightarrow \frac{\partial V}{\partial p} = 1$$

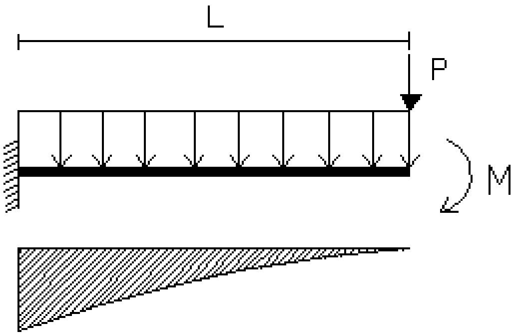
$$\Delta = \int_0^L \frac{\partial}{\partial p}\frac{M^2 dx}{2EI} + \int_0^L \frac{\partial}{\partial p}\frac{V^2 dx}{2GA_f} = \int_0^L 2M\frac{\partial M}{\partial P}\frac{dx}{2EI} + \int_0^L \frac{2V\partial V}{\partial p}\frac{dx}{2GA_f}$$

$$\Delta = \int_0^L \underbrace{(-x)}_{\frac{\partial M}{\partial P}}\frac{(-px)dx}{EI} + \int_0^L \underbrace{(1)}_{\frac{\partial v}{\partial p}}\frac{pdx}{GA_f} = \int_0^L \frac{px^2 dx}{EI} + \int_0^L \frac{pdx}{GA_f}$$

$$\Delta = \frac{pL^3}{3EI} + \frac{1.2pL}{GA}$$

مثال:

اگر درمحلی که می خواهیم تغییرفرم راحساب کنیم نیروی متمرکزی نـــــداشته باشیم نیروی فرضی P راقرار می دهیم ودر هنگام محاسبه عدد گذاری درانتگرال آنرا مساوی صفرفرض می کـــــنیم وهمینطور لنــــگر M_0 را.



$$M=\frac{-wx^2}{2}-P_x-M_0$$

$$v=wx+p$$

$$u=\int_0^l \frac{M^2dx}{2EI}$$

$$\Delta=\frac{\partial u}{\partial p} \qquad\qquad M_0=\frac{Wx^2}{2}$$

$$\Delta=\int_0^L \frac{\partial M}{\partial p}\frac{Mdx}{EI}$$

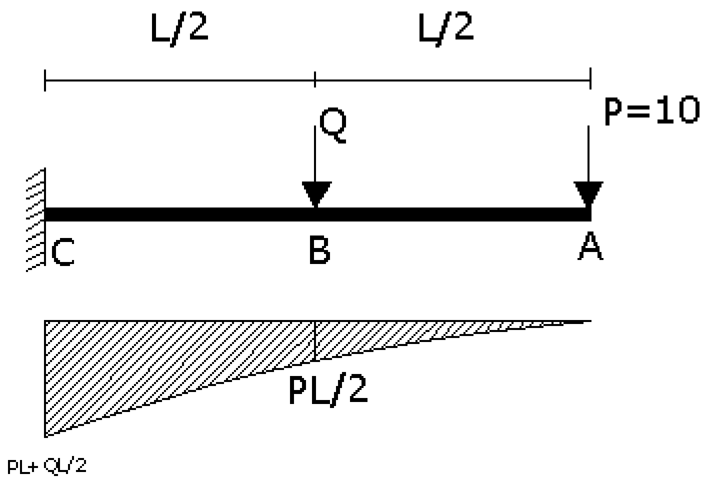
$$\partial=\frac{\partial u}{\partial M_0}=\int_0^L \frac{\partial M}{\partial M_0}\frac{Mdx}{EI}$$

$$\Delta=\int_0^L (-x)\frac{(\frac{-Wx^2}{2}-px-M_0)}{EI}dx=\int_0^L \frac{(\frac{Wx^3}{2}+px^2+xM_0)}{EI}dx$$

$$\frac{1}{EI}\left[\frac{Wx^4}{8}+\frac{M_0x^2}{2}\right]_0^L=\frac{WL^4}{8EI}\rightarrow\Delta=\frac{WL^4}{8EI}$$

$$\theta=\int_0^L \frac{Wx^2}{2}\frac{dx}{EI}=\frac{Wx^3}{6}\bigg|_0^L\frac{1}{EI}\rightarrow\theta=\frac{WL^3}{6EI}$$

مثال:تغییر فرم دروسط تیررانشان دهید.



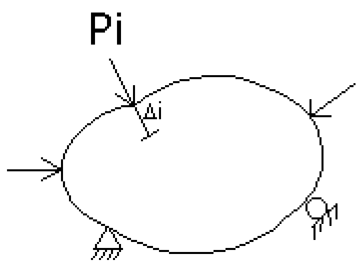
مبداء	محدوده تغییرات A-B	M
A	$0-\frac{L}{2}$	$-p_x$
B	$0-\frac{L}{2}$	$\frac{-pL}{2}-px-Qx$

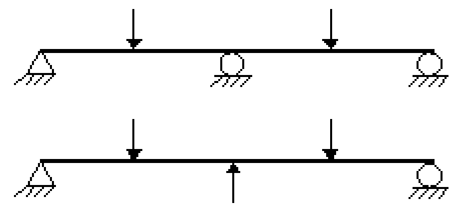
$$\Delta=\frac{\partial u}{\partial Q}=\int\frac{\partial M}{\partial Q}\frac{M}{EI}dx=\int_A^B\frac{\partial M}{\partial Q}\frac{M}{EI}dx+\int_B^C\frac{\partial M}{\partial Q}\frac{M}{EI}dx$$

$$\Delta=\int_0^{\frac{L}{2}}\underbrace{(0)}_{\frac{\partial M}{\partial Q}}dx+\int_0^L(-x)\frac{(\frac{-pL}{2}-px-Q_x)}{EI}dx=\int_0^L\frac{1}{EI}(\frac{pL}{2}x+px^2+Qx)dx$$

$$\Delta=\frac{5pL^3}{48EI}$$

روش انرژی حداقل:





عکس العمل مجهول اضافه

$\frac{\partial u}{\partial x}=0$ **:** مقدارخیزدرمحل اعمال x

دریک سازه بایک درج نامعینی مقدارمجهول اضافه x برابر عددی است که به ازاء آن مقدار انرژی کرنشی سازه حداقل گردد.

قضیه انرژی حداقل درحالت کلی:

دریک سازه نامعین مجهولات اضافی مقادیری رااختیارمی کنند که به ازاء آنها مقدارانرژی کرنشی کل سازه حداقل شود.

روش استفاده ازقضیه حداقل انرژی:

1-انتخاب مجهولات اضافی

2-نوشتن فرم کلی معادله انرژی کرنشی سازه برحسب مجهولات اضافی

$$u=\int_{\text{کل سازه}}\frac{M^2}{2EI}ds+\int_{\text{کل سازه}}\frac{V^2}{2GA}ds+\int_{\text{کل سازه}}\frac{p^2}{2EA}ds$$

3-ازعبارت حاصل درمرحله 2 نسبت به مجهولات اضافی مشتق گرفته ومساوی صفرقرار می دهیم

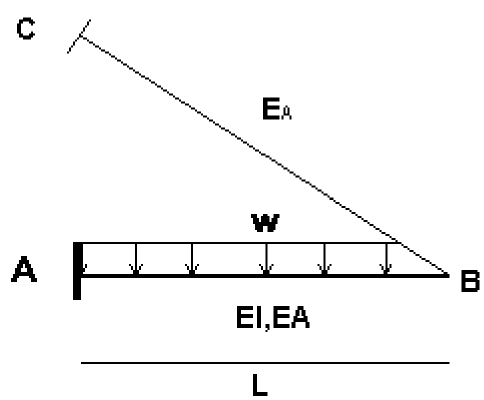
4-ازحل دستگاه معادل حاصل مقادیرمجهولات اضافی بدست می آیند.

$$\frac{\partial u}{\partial x_i}=\int_{\text{کل سازه}}\frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial x_i}ds+\int\frac{V}{GA}\frac{\partial V}{\partial x_i}ds+\int\frac{p}{EA}\frac{\partial p}{\partial x_i}dx=0$$

اگرنیروی محوری درعضو ثابت وEA هم ثابت ومثل اعضای خرپایی باشد انتگرال برابر است با:

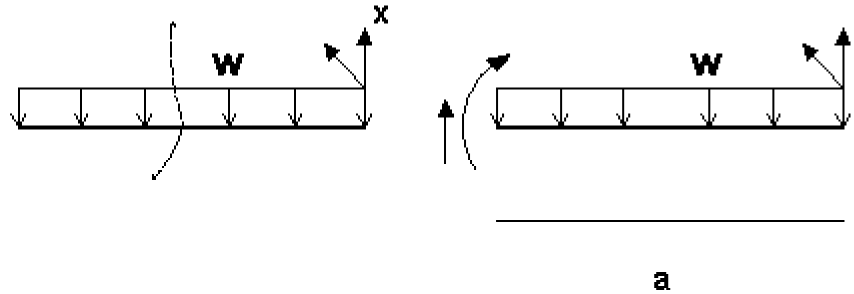
$$\frac{pL}{EA}\frac{\partial p}{\partial x_c}$$

سازه زیررا به روش انرژی حداقل آنالیز کنید ازتغییر فرمهای برشی صرفنظر شود.



عکس العمل کابل به عنوان تکیه گاه زائد فرض شود.

عضو	P	M
AB	$-x\cos 30$	$\frac{a}{2}x-\frac{Wa^2}{2}$
BC	X	0



$$M = \frac{x}{2}a - \frac{Wa^2}{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \int_0^L \frac{\frac{a}{2}x - \frac{Wa^3}{2}}{EI} \times \frac{a}{2} \times da + \frac{pL}{EA}\frac{\partial p}{\partial x_i}$$

$$\frac{(-\sqrt{\frac{3}{2}})xL}{EA} \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{x\frac{2L}{\sqrt{3}}}{EA}(1) = 0$$

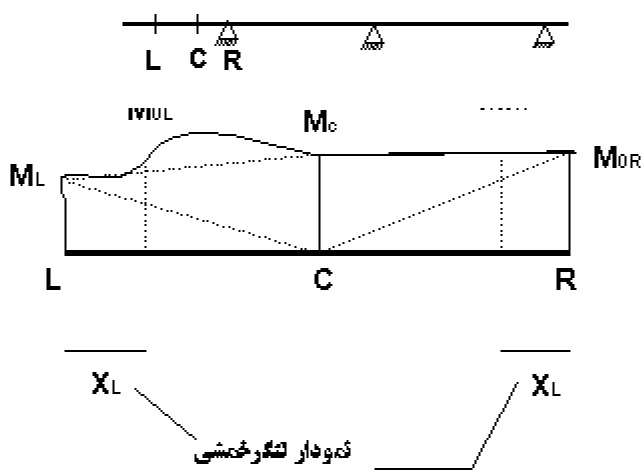
$$\frac{1}{EA}\int_0^L (\frac{a^2x}{4} - \frac{wa^3}{4})da + \frac{3Lx}{4EA} + \frac{2Lx}{\sqrt{3}EA} = 0$$

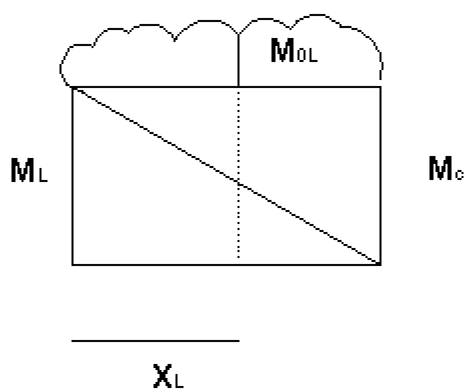
$$\frac{1}{EA}\left[(\frac{a^2x}{4} - \frac{Wa^3}{4})\right] + \frac{3Lx}{4EA} + \frac{2Lx}{\sqrt{3}EA}\Big]$$

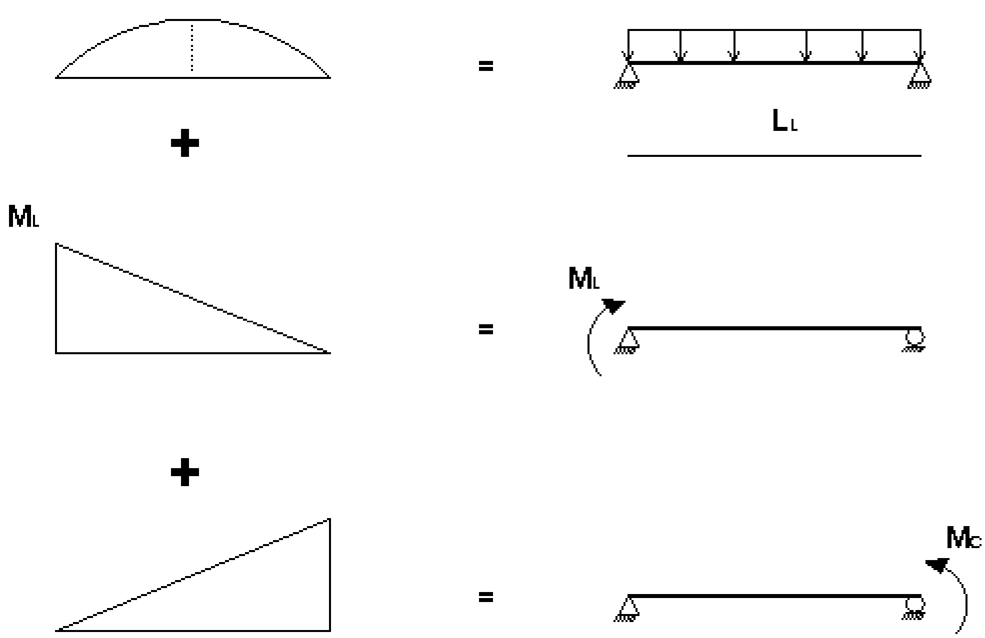
هرمجهول یک معادله کاستالیانو نوشته می شود.

قضیه سه لنگری:

کاربرد فقط برای تیرهای به شکل روبرو است مثلا برای قاب کاربرد ندارد.







$$\theta_{cl} = \theta_{CR} \qquad I$$

$$\theta_{Cl} = B_L - \gamma_{cl} \qquad II$$

$$\theta_{CR} = \gamma_{CR} - BR \qquad III$$

$$I, II, III \xrightarrow{I \to II \ , \ I \to III} B_L - \gamma_{cl} = \gamma_{cR} - B_R \qquad (a)$$

$$B_L = \frac{\delta_l - \delta_c}{L_L}$$

$$B_R = \frac{\delta_R - \delta_C}{L_R}$$

$$\gamma_{cl} = \frac{t\frac{L}{c}}{L_L}$$

$$\gamma_{CR} = \frac{t\frac{R}{C}}{L_R}$$

$$t\frac{L}{c} = \frac{M_L}{EI} \times \frac{L_L}{2} \times \frac{L_L}{3} + \frac{M_c}{EIl} \times \frac{L}{2} \times \frac{2L}{3} + \int_0^{L_L} \frac{M_0 L}{EIL} x_L dx$$

$$t\frac{L}{c} = \frac{M_1 L_1^{\ 3}}{6EI} + \frac{M_c L_2^{\ 3}}{3EIL} + (M_0)_L$$

$$\gamma_{cL} = \frac{M_L^{\ 2} L}{6EIl} + \frac{M_c L}{3EI_L L} + \frac{(M_0)L}{L_L}$$

$$t\frac{R}{C} = \frac{M_R}{EI_R} \times \frac{L_R}{2} \times \frac{L_R}{3} + \frac{M_c}{EI} \times \frac{L_R}{2} \times \frac{2L_R}{0} + \int_0^{L_R} \frac{M_{0R}}{EI_R} x_R d$$

$$\gamma_{CR} = \frac{M_R L_R}{6EII_R} + \frac{M_c L_R}{3EI_R} + \frac{(M_0)_R}{L_R}$$

$$\frac{\delta_L - \delta_C}{L_L} - \frac{M_L L^2}{6EI_L} - \frac{M_c L_L}{3EI_L} - \frac{(M_0)L}{L_L}$$

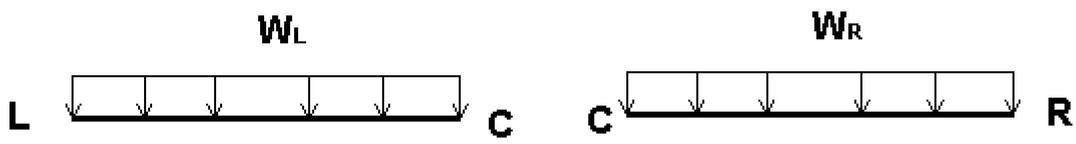
$$= \frac{M_R}{6EI} + \frac{M_c L_c}{3EI_R} + \frac{(M_0)_R}{L_R} - \frac{\delta_R - \delta_C}{L_R}$$

$$\Rightarrow M_L \frac{L_L}{I_L} + 2M_c\left(\frac{L_L}{I_L} + \frac{L_R}{I_R}\right) + M_R \frac{L_R}{I_R} = -\frac{L_0}{I_L} - \frac{R_0}{I_R} + 6EI\frac{\delta_L}{L_L} - \delta_c\left(\frac{1}{L_L} + \frac{1}{L_R}\right) + \frac{\delta_R}{L_R}$$

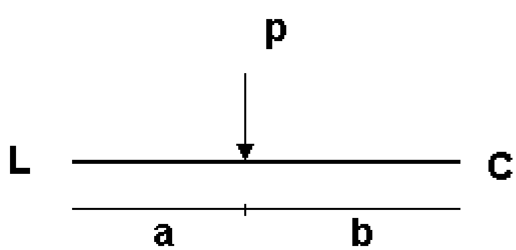
$$L_0 = \frac{6(M_0)_L}{L_L}$$

$$R_0 = \frac{6(M_0)_R}{L_R}$$

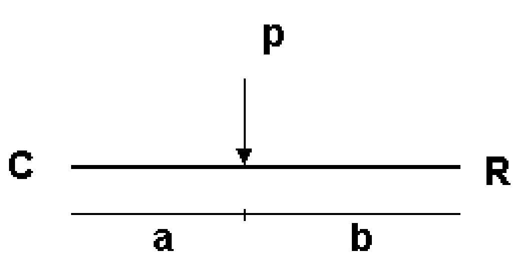
برای دوحالت خاص بارمتمرکز گسترده یکنواخت مقادیر L0 و R0 داده شده اند.



$$L_0 = \frac{6(M_0)_L}{L_L} \quad , \quad R_0 = \frac{6(M_0)_R}{L_R}$$

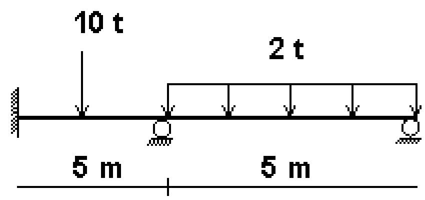


$$L_0 = \frac{pab(2a+b)}{L_L} = \frac{p_L ab(2a+b)}{L_L}$$



$$R_0 = \frac{p_R ab(2a+b)}{L_R}$$

مثال:

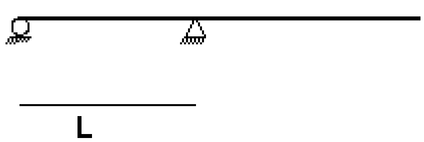


سازه 2درجه نامعین

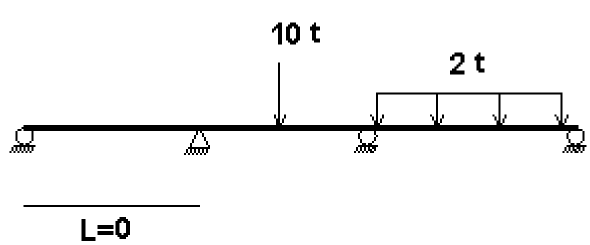
درمعادله سه لنگری باید deflection نقاطی درنظربگیریم که یاتغییر شکل آن صفرویامعلوم باشد

درقضیه سه لنگری تکیه گاه گیردار به تیرزیر تبدیل می

کنیم.



پس سازه گیردار تبدیل می شودبه



معادله سه لنگری برای B وAوA′

$$M_{A'}\frac{L_{AA'}}{I_{AA'}}+2M_A(\frac{L_{AA'}}{I_{AA'}}+\frac{L_{AB}}{I_{AB}})+M_B\frac{L_{AB}}{I_A}=-\frac{L_0}{I_{AA'}}-\frac{R_0}{I_{AB}}+6EI(\frac{\delta A'}{L_{AA'}}-\delta_A(\frac{1}{L_{AA'}}+\frac{1}{L_{AB}}))+\delta_B\frac{1}{L_{AB}})$$

$$\Rightarrow 0+2M_A(0+\frac{5}{I})+M_B\frac{5}{I}\frac{3}{8}\times\frac{10\times5^2}{I}$$

$$10M_A+M_B=-93.75 \qquad (1)$$

$$R_0=\frac{pab(a+2b)}{L_R}=\frac{p\frac{L}{2}\frac{L}{2}(\frac{L}{2}+L)}{L}=\frac{3}{8}pL^2$$

معادله سه لنگری برای نقاطAوBوC

$$R_0=\frac{wL^3}{4}=\frac{2\times5^3}{4}$$

$$M_A\frac{5}{I}+2M_B(\frac{5}{I}+\frac{5}{I})+0=\frac{-93.75}{I}-\frac{62.5}{I}$$

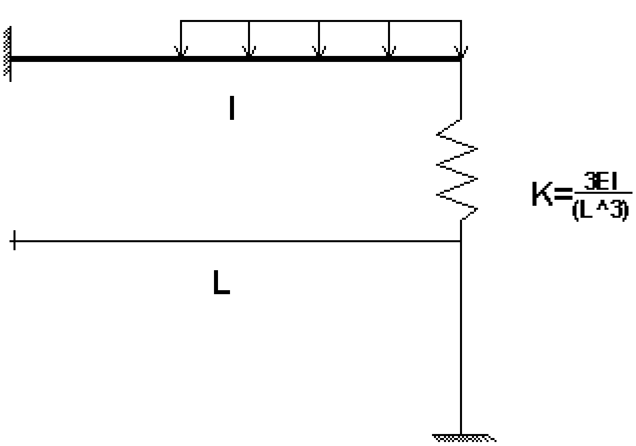
$$5M_A+20M_B=-156.25 \qquad (2)$$

$$M_B=-6.25$$

$$M_A=-6.25$$

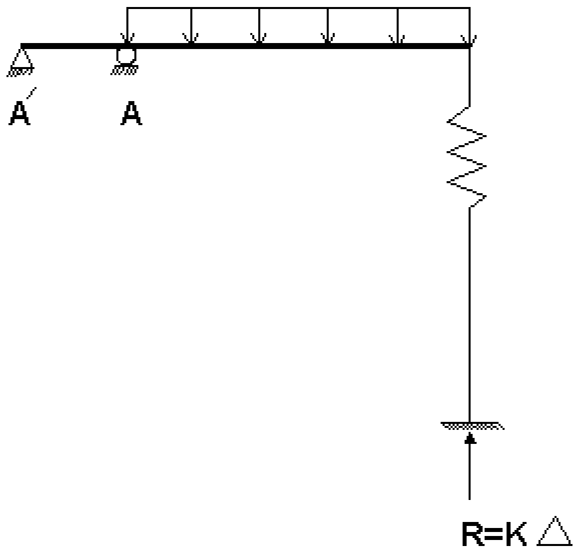
ازحل دستگاه (1)و (2) مقادیر $M_A\,, M_B$ حاصل شده.

اگرتکیه گاه ارتجاعی داشته باشیم Δ تکیه گاه ارتجاعی رابه نیرو ربط دهیم.



سازه 1 درجه نامعینی دارد پس ازیک

معادله سه لنگر می توانیم استفاده کنیم.



تغییرشکل فنر

اگربااین فرم جلوبردیم Δ منفی بدست می آید.

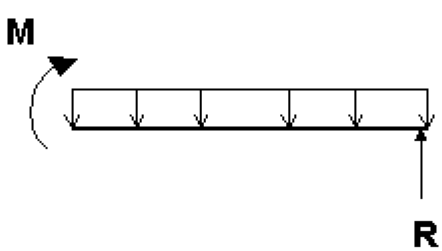
اگرجهت روبه پائین تغییر شکل فنر رامثبت

بگیریم Δ درفرمول منفی میشود.

$$\Delta = \frac{R}{k} \quad , \qquad \Delta = \frac{R}{\underbrace{k}_{\frac{EI}{l^3}}} = \frac{Rl^3}{EI}$$

$$\frac{2ML}{I} = \frac{-WL^3}{4I} - \frac{6ERL^3}{EIL} \rightarrow 2m + 6R_L = -\frac{WL^2}{4} \qquad (1)$$

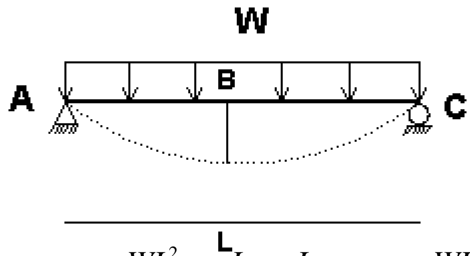
معادله بین کنگر وعکس العمل



$$R_l - \frac{WL^2}{2} - M = 0$$

$$M - R_L = -\frac{WL^2}{2} \qquad (2)$$

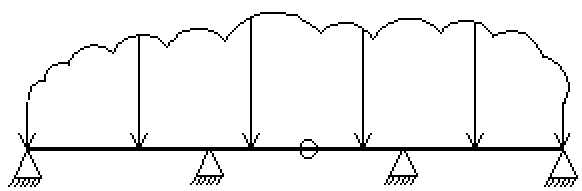
ازحل دستگاه 1و 2 مقادیر M و R بدست می آید.



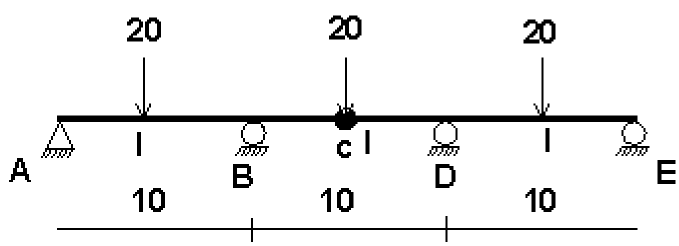
$$M_A = 0$$
$$L_L = \frac{L}{2}$$
$$L_0 = W\frac{(\frac{L}{2})^3}{4} = \frac{WL^3}{32}$$

$$0 + 2\times\frac{WL^2}{8}\times\left(\frac{L}{2I}+\frac{L}{2I}\right) + 0 = \frac{-WL^3}{32I} - \frac{WL^3}{32I} + 6EI - \delta\left(\frac{2}{L}+\frac{2}{L}\right) + 0$$
$$\frac{WL^3}{4I} = \frac{-WL^3}{16I} - \frac{24E\delta}{L}$$
$$\frac{5Wl^3}{16I} = -24\frac{E}{L}\delta \Rightarrow \delta = \frac{-5Wl^3}{16I}\times\frac{L}{24E} = \frac{-5WL^4}{384EI}$$

یکی ازنقاط برنقطه موردنظرمنطبق ودرنقطه دیگربرنقطه ای منطبق که تغییر شکل صفرویامعلوم باشد.



اول باستفاده ازقضیه سه لنگری مقادیردرتکیه گاه ونقطه وسط پیدامی کنیم.



منحنی لنگرخمشی سازه راباستفاده ازقضیه سه لنگری رسم کنید وخیزنقطه C رانیز حساب کنید.

برای A,B, D

$$L_0 = R_0 = \frac{3}{8} \times 20 \times 10^2 = 750$$

$$0 + 2M_B\left(\frac{10}{I} + \frac{10}{I}\right) + M_D \frac{10}{I} = \frac{-750}{I} - \frac{750}{I} + 0$$

$$40M_B + 10M_D = -1500$$

$$4M_B + M_D = -150 \qquad (2)$$

اگرنقاط دیگری بگیریم چیزی بدست نمی آید

$$V_C \times 5 - 20 \times 5 - M_B = 0 \Rightarrow 5V_c = 100 + M_B \qquad (1)$$

$$5V_C + M_D = 0 \quad , \quad 5V_c = -M_D \qquad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow M_B + 100 = -M_D$$

$$M_B + M_D = -100 \qquad (3)$$

$$(I),(II) \Rightarrow 3M_B = -50 \Rightarrow M_B = \frac{-50}{3} = -16.67$$

$$M_D = -83.33$$

محاسبه خیز نقطه G بااستفاده ازقضیه سه لنگری:

دراستفاده ازسه نقطه نمی تواند نقطه وسط مفصل باشد چون M آن صفر است.معادله

سه لنگری رابرای نقاط AوBوC می نویسیم.

برای AوBوC

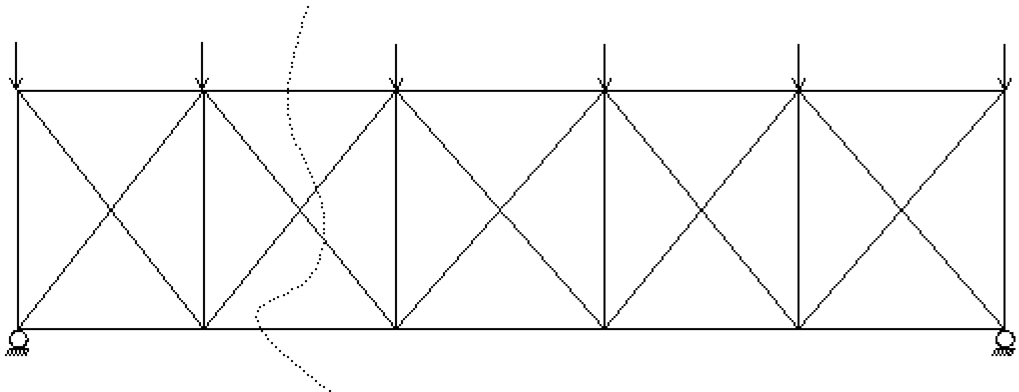
$$0+2(-1667)\left(\frac{10}{I}+\frac{5}{I}\right)+0=\frac{-750}{I}-0+6E\left(\underbrace{0}_{\delta A}+\underbrace{0}_{\delta B}+\frac{\delta_C}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \delta_C \qquad \rightarrow -2\times1667\times15=-750+\frac{6EI}{5}\delta_c$$

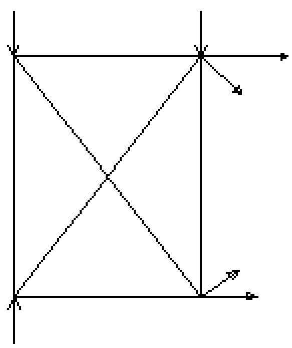
$$\delta_c = \frac{250\times5}{6EI} = \frac{20833}{EI} \uparrow$$

آنالیز تقریبی سازه:

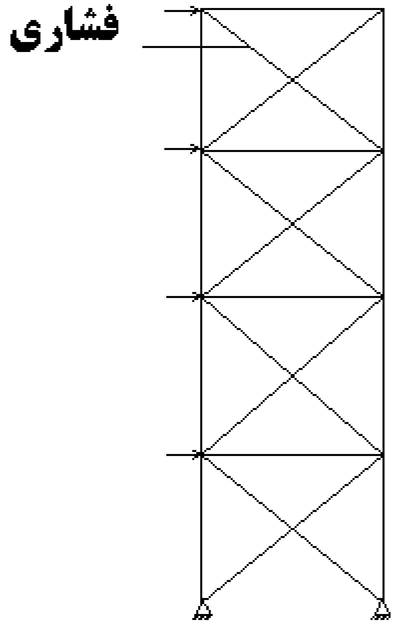
1-آنالیز خرپا



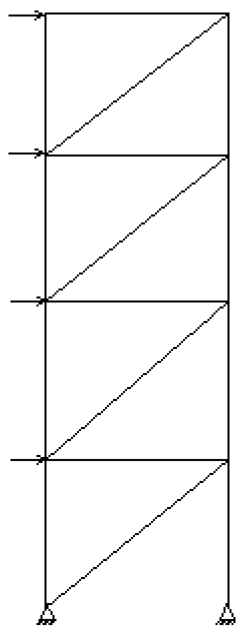
فرض:نیروی اعضای ضربدری درهر دهانه باهم برابر باشد ولی یکی ازآنها فشاری ودیگری کششی باشد فرض نمی کند کدام کششی در کدام فشاری باشد زیرا جواب خودش منفی می آید.



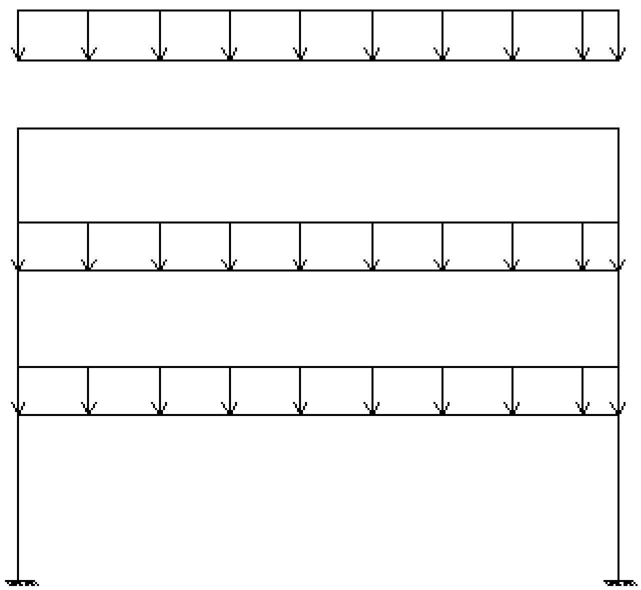
2-آنالیز قابهای بادبندی شده تحت اثربارهای جانبی:

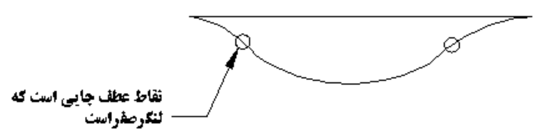


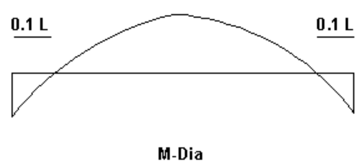
اعضای تحت فشار را حذف می کنیم:

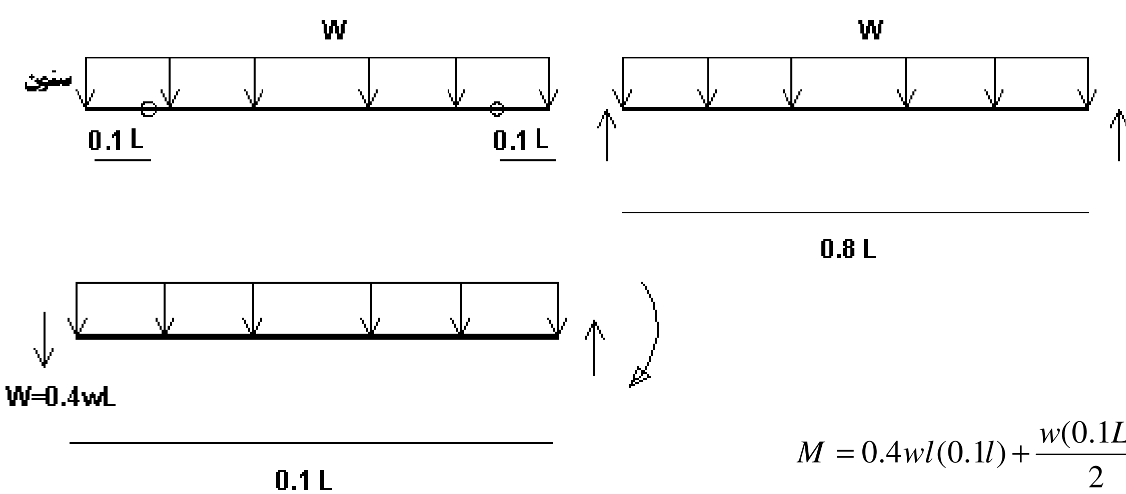


3-آنالیز قابهای صلب تحت اثربار قائم.







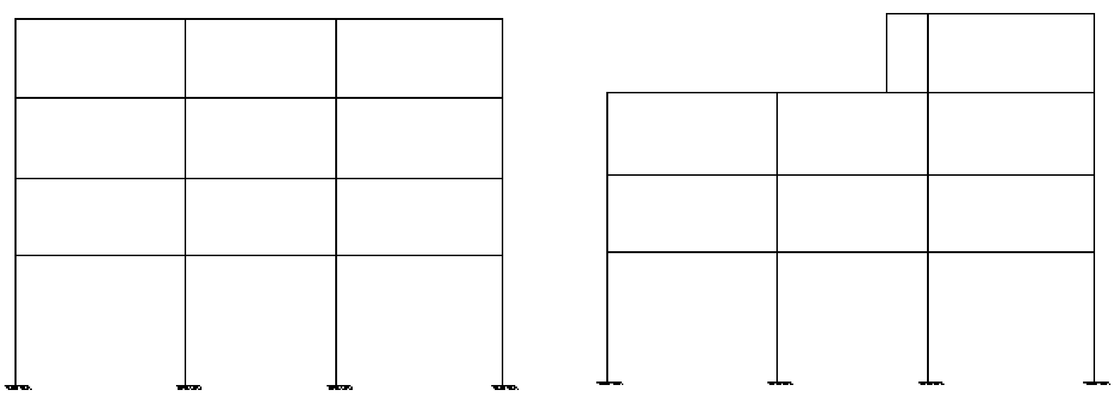


$$M = 0.4wl(0.1l) + \frac{w(0.1L)^3}{2}$$

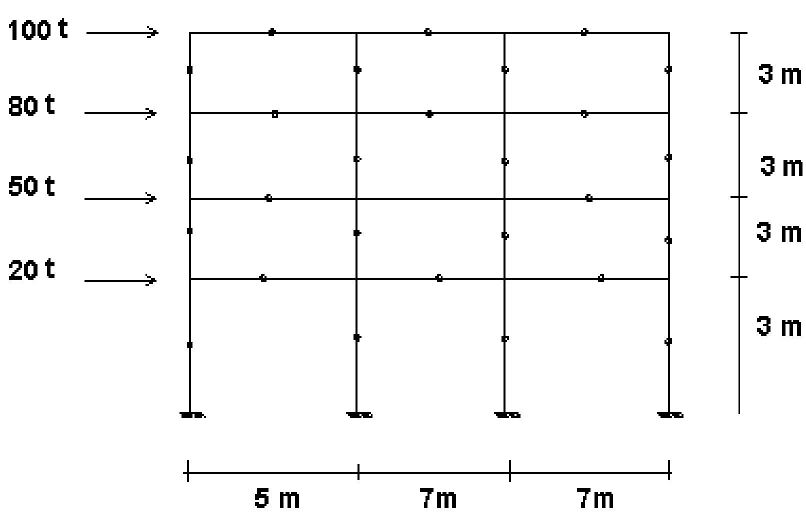
4-آنالیز قابهای صلب تحت اثربار های جانبی

I)روش پرتال:

اگردهانه مساوی باشد اعداد نزدیک به هم می باشد



1-فرض اول

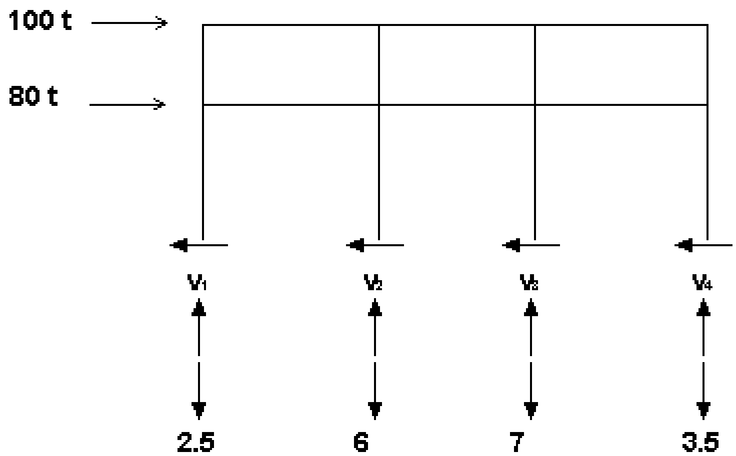


الف:نقاط عطف ستونها دروسط ستون تـــشکیل می شـــود. نقاط عطف چـــون لنگروجود نداردفـــرض می کنیم مفصل است.

ب:نقاط عطف نیروهادروسط دهانه تیرتشکیل می شود

فرض سوم:

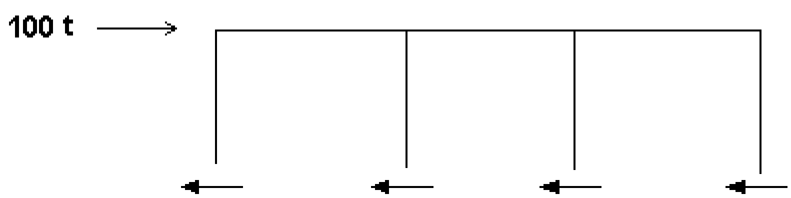
نیروی برشی هرستون متناسب بانصف مجموع دهنه های ستن درطرف آن ستون است.

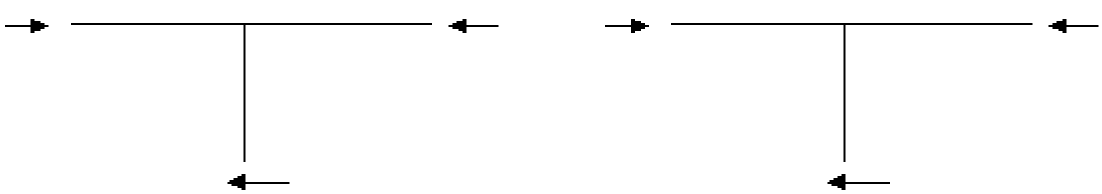


$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 180 \ \ ton$$

$$2.5+6+7+3.5=19$$

اگر دهنه هامساوی ستوهای وسط دوبرابر ستونهای درطرف بارمی برند.





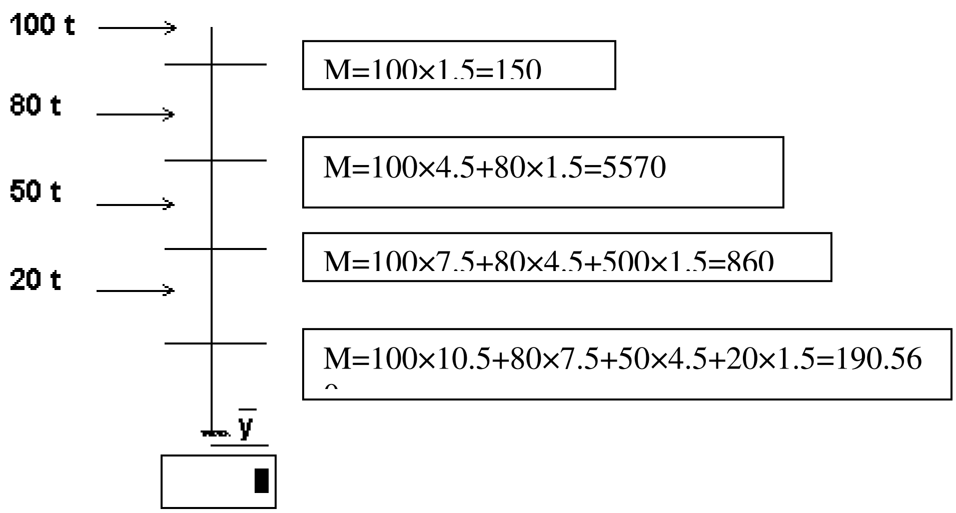
روش دوم:

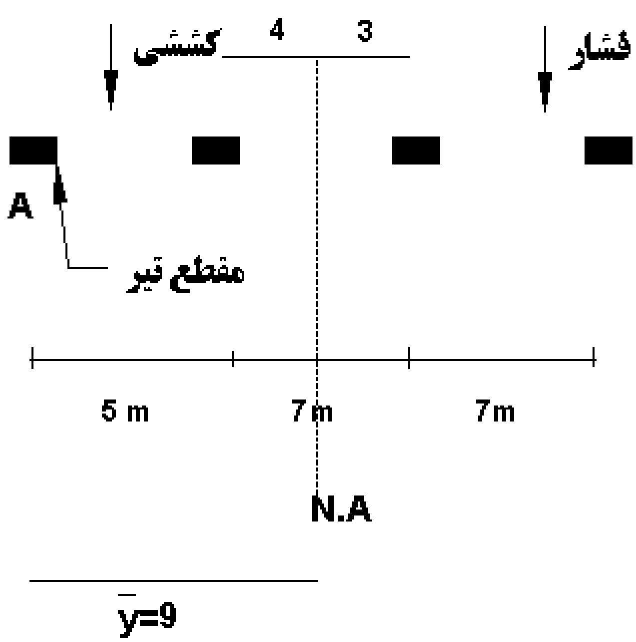
2-کانتیلور

الف و ب:مانند بالا درروش پرتال

ج:نیروی محوری هرستون متناسب بافاصله آن ستون ازمرکز سطح ستونها می باشد

یانیروی محوری مشابه تنش درتیرها محاسبه می شود.





محل استقرار دقیقاٌ درمحل استقرار ستون

اول ازهمه موقعیت محورخنثی راتعیین می کنیم

$$\bar{y} = \frac{5A + 12A + 19A}{4A} = 0$$

$$I = 9^2 A + 4^2 A + 3^2 A + 10^2 A = 206A$$

نیروی محوری درستون های پائین راحساب می کنیم نیروی ازشکل پیدا است که کششی است.

کششی $$p_1 = \frac{1905 \times 9}{206A} \times A = 83.3ton$$

کششی $$p_2 = \frac{1905 \times 4}{206A} \times A = 37ton$$

فشار $$p_3 = \frac{1905 \times 3}{206A} \times A = 27.7ton$$

فشاردرطبقه همکف $$p_4 = \frac{1905 \times 10}{206A} \times A = 92.5ton$$

دربالا مانند همین طبقه فقط به جای لنگر860 گذاشته می شود