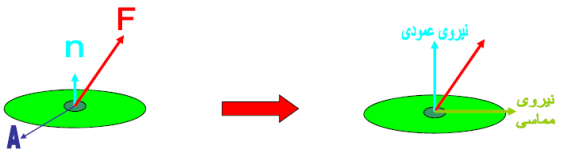
فصل اول: خواص سیال

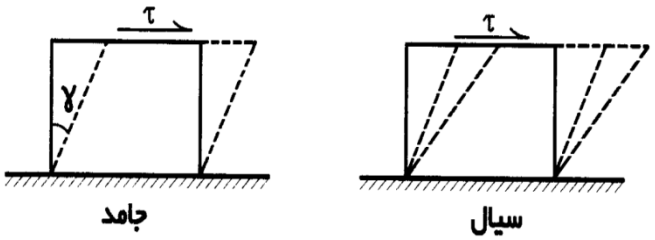
سیال به ماده‌ای گفته می‌شود که در برابر هر نیروی مماسی یا برشی وارد بر آن تغییر شکل دهد. سیالات به دو دسته گازها و مایعات تقسیم می‌شوند. گازها تراکم پذیرند، اما مایعات عملاً تراکم ناپذیرند. مایعات حجم معینی را اشغال می‌کنند، اما گازها هر حجمی را اشغال می‌کنند.



- نیروی عمودی: F_n
- نیروی مماسی: F_t

$$Normal\ Stress = \frac{F_n}{A} = P \qquad [Pa]$$

$$Shear\ \ Stress = \frac{F_t}{A} = \tau \qquad [N/m^2]$$



آیا ماده‌ای وجود دارد که از نقطه نظر تغییر شکل برشی حد فاصل جامدات و سیالات باشد؟

خواص فیزیکی مایعات:

چگالی یا دانسیته یا جرم مخصوص: چگالی مایعات معمولاً با افزایش دما کاهش می‌یابد. به غیر از آب که دارای یک حداکثر چگالی در ۴ درجه سانتی‌گراد است.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad , \quad \frac{Kg}{m^3} \ \ or \ \ \frac{lb}{ft^3} \ \ or \ \ \frac{g}{cm^3}$$

گرانش ویژه یا چگالی ویژه (نسبی): نسبت وزن مخصوص یک ماده به وزن مخصوص آب یا نسبت جرم مخصوص ماده به جرم مخصوص آب. گرانش ویژه یک **نسبت بی‌بعد** است:

وزن مخصوص: وزن واحد حجم سیال است:

حجم مخصوص: عکس جرم مخصوص است:

قابلیت تراکم سیال: به تغییرپذیری حجم و یا جرم مخصوص سیال در اثر فشار یا درجه حرارت، قابلیت تراکم گفته می‌شود.

فشار بخار: در سطح مایع، انرژی تعدادی از مولکول‌ها در حدی است که می‌تواند بر نیروی جاذبه بین مولکول‌ها غلبه کند و از سطح مایع خارج شود و به فاز بخار برود. این باعث بوجود آمدن فشار بخار مایعات است. هر چه دما بیشتر شود، فشار بخار بالا می‌رود. چون تعداد مولکول‌هایی که مقدار انرژی بیشتر از انرژی متوسط دارند، زیاد می‌شود. وقتی فشار بخار برابر فشار محیط خارجی شود، پدیده جوشش اتفاق می‌افتد. بر این اساس نقطه جوش نرمال دمایی است که در آن فشار بخار برابر با فشار یک اتمسفر است.

خلأزایی (Cavitation): بطور کلی در جریان سیال ممکن است محلی وجود داشته باشد که فشار در آن نقطه کمتر از فشار بخار آن مایع در آن دما (دمای سیال) باشد. در این حالت حباب‌هایی از بخار در آن نقطه خاص تولید می‌شود که به این پدیده **خلأزایی** گویند. وقتی این حباب‌ها به فشار بالاتر بروند، ناگهان از بین می‌روند و این باعث ایجاد ضربه فشاری در آن نقطه می‌شود که می‌تواند مخرب باشد.

فشار اتمسفر استاندارد برابر است با:

واحد فشار:

کشش سطحی: این نیرو در سطح مشترک مایع و گاز ایجاد می‌شود و اساساً از جاذبه مولکولی ناشی می‌شود.

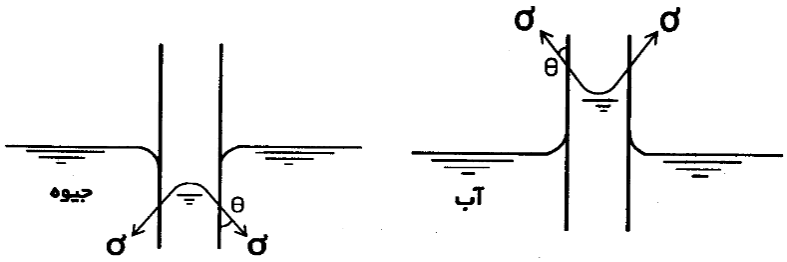
کشش سطحی در مایع به چه عاملی بستگی دارد؟

نیروهای پیوستگی (Cohesion): نیروهایی که در اثر جاذبه مولکولی بین مولکول‌های مشابه حاصل می‌شود.

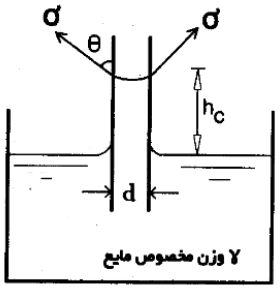
نیروهای چسبندگی (Adhesion): نیروهایی که در اثر جاذبه مولکولی بین مولکول‌های غیرمشابه حاصل می‌شود. در مرز مایع و گاز چون نیروهای پیوستگی بیشتر از چسبندگی است، **کشش سطحی** ایجاد می‌شود.

$$\sigma = \frac{N.m}{m^2} = N/m$$

یکی از اثرات مهم کشش سطحی، خاصیت **موئینگی** است که در اثر تماس مایع و جامد ایجاد می‌شود.



رابطه ارتفاع مایع در لوله موئینه با کشش سطحی:



$\sum F_y = 0 \rightarrow$ نیروی وزن مایع = نیروی کشش سطحی

$$(\sigma \cos\theta) \times (\pi d) = \gamma \times (\frac{\pi d^2}{4}) \times h_c \longrightarrow$$

$$\boxed{h_c = \frac{4\sigma \cos\theta}{\gamma d}}$$

مثال ۱: صعود مویینه آب در یک لوله قائم شیشه‌ای به قطر ۵ میلی‌متر، برابر ۲/۲۵ میلی‌متر است. زاویه بین سطح آب و شیشه را تعیین کنید. کشش سطحی آب برابر ۰/۰۷۴ نیوتن بر متر است.

ویسکوزیته یا لزجت یا گرانروی سیال: مقاومتی است که به هنگام حرکت لایه‌های سیال بر روی هم ظاهر می‌شود. در واقع چنین مقاومتی سبب می‌شود تا در سیال قابلیت انتقال تنش برشی ایجاد گردد. ویسکوزیته سیال به دو دسته تقسیم می‌شود:

۱) ویسکوزیته دینامیکی یا مطلق:

۲) لزجت سینماتیکی:

ویسکوزیته سیال به چه عواملی بستگی دارد؟

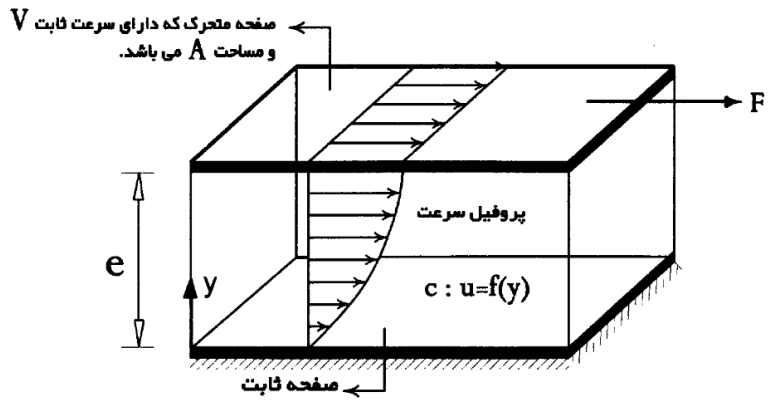
قانون لزجت نیوتن: سیالی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر بین دو صفحه موازی و مسطح قرار گرفته باشد. در این حالت صفحه پایینی ثابت بوده و صفحه بالایی تحت تاثیر نیروی افقی F، دارای سرعت ثابت V می‌باشد. در چنین شرایطی یک تنش برشی به اندازه F/A به سیال وارد می‌شود. این تنش می‌تواند در سیال از لایه‌ای به لایه دیگر منتقل می‌شود، که عامل این انتقال لزجت است.

فرض: جریان سیال آرام و لزجت ثابت.

تنش برشی در هر لایه سیال:

لزجت دینامیکی (مطلق):

گرادیان سرعت یا نرخ تغییر شکل زاویه‌ای:

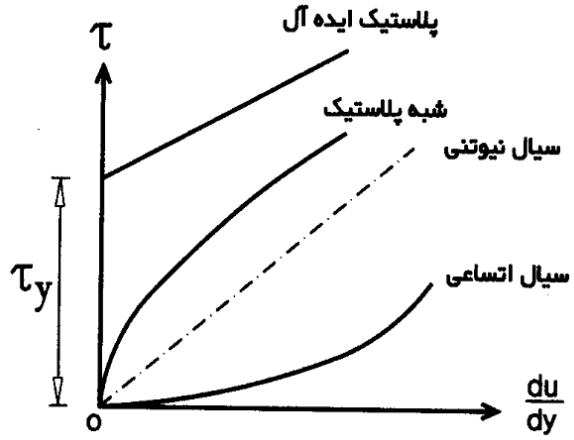


انواع سیال: ایده‌آل، حقیقی

سیال حقیقی: نیوتنی (رابطه تنش برشی و گرادیان سرعت خطی و مقدار لزجت ثابت است)، غیرنیوتنی

سیال غیرنیوتنی: وابسته به زمان، مستقل از زمان

مستقل از زمان: اتساعی (منبسط شونده)، شبه پلاستیک، پلاستیک ایده‌آل

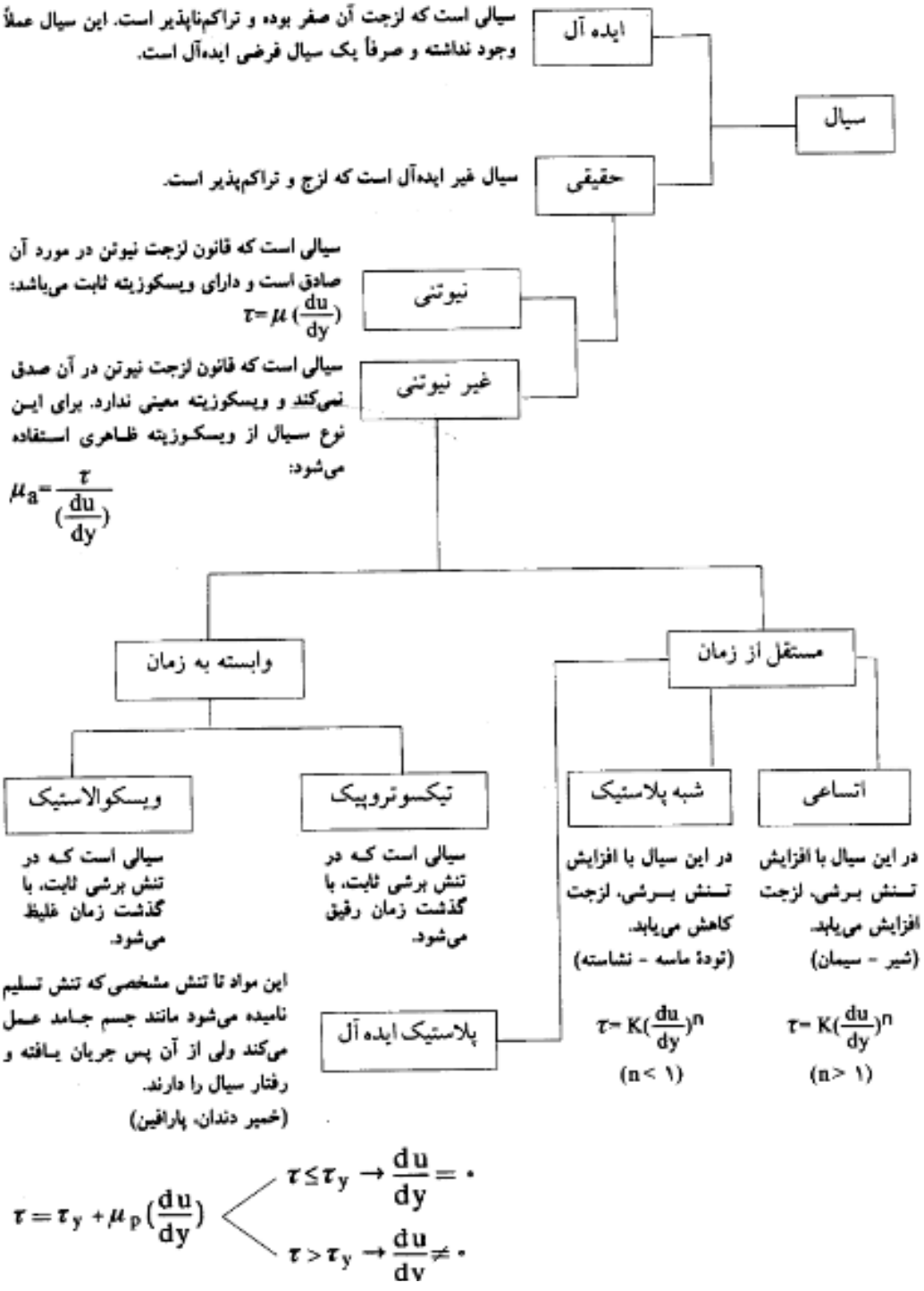


محور افقی که در آن μ برابر صفر است، نشان‌گر سیال ایده‌آل می‌باشد. محور قائم، یعنی $\mu=$ ، نشان دهنده جسم جامد است. چنانچه در سیالی μ برابر صفر نباشد، ولی تنش برشی برابر صفر گردد (حالتی که سیال ساکن است و یا حالتی که تمام لایه‌های سیال دارای سرعت مساوی می‌باشند)، در آن صورت سیال ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود.

نکته ۱: طبق اصل پذیرش جدار، سرعت سیال در مجاورت صفحه متحرک برابر سرعت این صفحه و در مجاورت صفحه ثابت برابر صفر است.

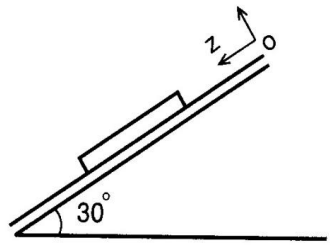
نکته ۲: اگر ضخامت لایه سیالی که تحت تنش قرار گرفته است (فاصله دو صفحه) کم باشد، در آن صورت پروفیل سرعت خطی در نظر گرفته می‌شود. یعنی:

طبقه‌بندی انواع سیال:

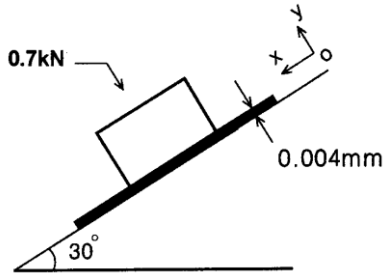


مثال ۲: توزیع سرعت یک سیال نیوتنی با ویسکوزیته ۸/۶ پواز بر روی یک صفحه صلب با رابطه $u=(2/3)y-y^2$ مشخص شده است. u سرعت سیال بر حسب متر بر ثانیه در فاصله y متر از سطح صلب است. تنش برشی در فاصله‌ی ۰/۱۵ متر از سطح صلب چقدر است؟

مثال ۳: قشر نازکی از روغن به ضخامت ۱/۵ میلی‌متر بر روی سطح شیبداری که مطابق شکل با افق زاویه ۳۰ درجه می‌سازد، قرار دارد. بر روی روغن نیز یک ورق مربع شکل به ابعاد ۸۰ * ۸۰ سانتی‌متر و به جرم ۳۰ کیلوگرم با سرعت ثابت ۰/۳ متر بر ثانیه به پایین حرکت می‌کند. مقدار لزجت روغن بر حسب پاسکال ثانیه (kg/m.s) چقدر است؟

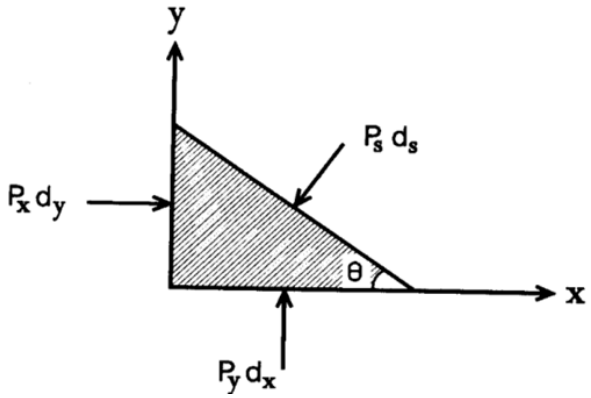


تمرین فصل اول: یک بلوک مکعبی به وزن ۰/۷ کیلونیوتن و طول ضلع ۳۰ سانتی‌متر روی صفحه‌ای از روغن به ضخامت ۰/۰۰۵ میلی‌متر، مطابق شکل، بر یک سطح شیبدار می‌لغزد. اگر لزجت روغن ۰/۰۷ پواز باشد و فرض کنیم پروفیل سرعت در روغن خطی است، سرعت حد بلوک چقدر است؟



فصل دوم: فشار و روش‌های اندازه‌گیری آن

اگر تمامی ذرات یک سیال بی‌حرکت بوده یا دارای یک سرعت ثابت نسبت به یک مرجع اینرسی باشد، آن سیال را ساکن گویند. کل سیال حرکت می‌کند، اما لایه‌ها نسبت به هم ساکن هستند. **سیال ساکن:** یعنی تغییر فشار در جهات x وy وجود ندارد و تغییرات فقط در جهت شتاب جاذبه است. در یک سیال ساکن فشار در همه جهات مساوی است. توسط قانون دوم نیوتن قابل اثبات است. برای درک بهتر وضعیت تنش‌های فشاری در سیال ساکن، در یک نقطه از آن المانی کوچک به شکل گوه در نظر می‌گیریم و دیاگرام آزاد آن را طبق شکل ترسیم می‌نماییم.



$dx = ds\cos\theta \quad \& \quad dy = ds\sin\theta$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P_x\,dy - P_s\,ds\sin\theta = 0 \rightarrow P_x\,dy - P_s\,dy = 0 \rightarrow P_x = P_s$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow P_y\,dx - P_s\,ds\cos\theta - \gamma\left(\frac{dx\,dy}{2}\right) = 0$$

چون این جمله یک بی‌نهایت کوچک است که مرتبه آن از دو جمله دیگر بالاتر است، لذا می‌توان از آن صرفنظر نمود.

$$P_y\,dx - P_s\,dx - 0 = 0 \rightarrow P_y = P_s$$

فشار متوسط: عبارتست از نسبت نیروی عمودی فشاری وارد بر یک صفحه به مساحت آن صفحه. $P = F/A$

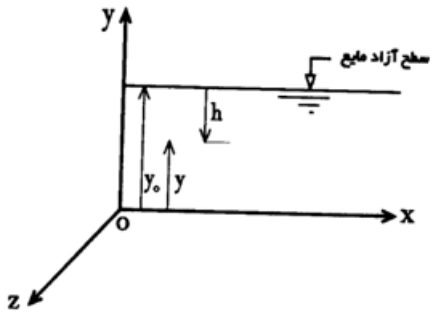
فشار وارد بر یک نقطه: حد فشار متوسط وقتی مساحت در آن نقطه به سمت صفر میل می‌کند.

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \longrightarrow P = \frac{dF}{dA}$$

نیروی فشاری وارد بر صفحه:

$$P = \frac{dF}{dA} \rightarrow dF = P\,dA \rightarrow \quad F = \int P\,dA$$

محاسبه فشار در مایعات: اگر مایع ساکنی را با سطح آزاد مشخص مطابق شکل در نظر بگیریم، در آن صورت داریم:



$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = -\gamma \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

این روابط نشان می‌دهد که فشار تابعی از x و z نیست و تنها در راستای y تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان از مشتق معمولی استفاده کرد: $dP/dy = -\gamma$

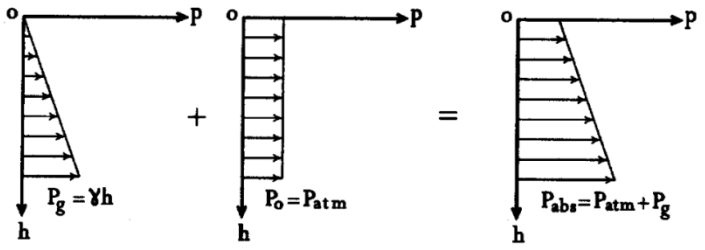
این معادله برای هر سیال ساکن (مایع و گاز) در میدان جاذبه معتبر است. برای محاسبه توزیع فشار باید از این معادله بین دو حد مناسب انتگرال‌گیری شود.

$$dP = -\gamma\,dy \rightarrow \int_{P_0}^{P} dP = -\int_{y_0}^{y} \gamma\,dy$$

حال اگر مایع مورد نظر همگن و غیرقابل تراکم باشد، یعنی وزن مخصوص آن مقدار ثابتی داشته باشد، در آن صورت با لحاظ کردن $h=y_0-y$، به عنوان فاصله از سطح آزاد مایع، می‌توان نوشت: $P - P_0 = \gamma (y_0 - y) = \gamma h$

$P-P_0$ فشار نسبی یا فشار عقربه‌ای (فشار گیج) نامیده می‌شود و با P_g نمایش می‌دهند. $P_g = \gamma h$

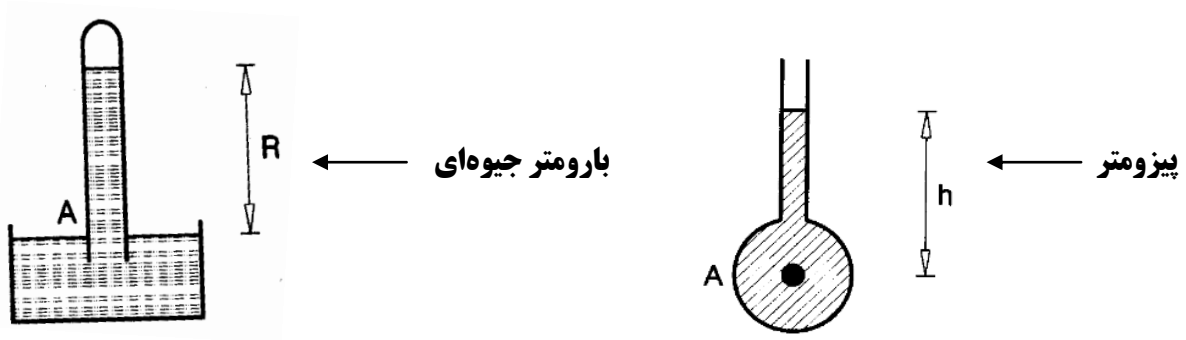
فشار نسبی و فشار مطلق:



وسایل اندازه‌گیری فشار:

فشارسنج عقربه‌ای (فشارسنج بوردون): از این وسیله جهت اندازه‌گیری فشار نسبی استفاده می‌شود. یعنی می‌توان به کمک آن فشار را نسبت به فشار اتمسفر محلی اندازه‌گیری نمود.

بارومتر جیوه‌ای: فشار اتمسفر محلی را اندازه‌گیری می‌کند. لوله‌ای است شیشه‌ای که یک طرف آن بسته می‌باشد. این لوله را پس از پر کردن با جیوه وارونه نموده، انتهای باز آن را در ظرف جیوه غوطه‌ور می‌کنند.

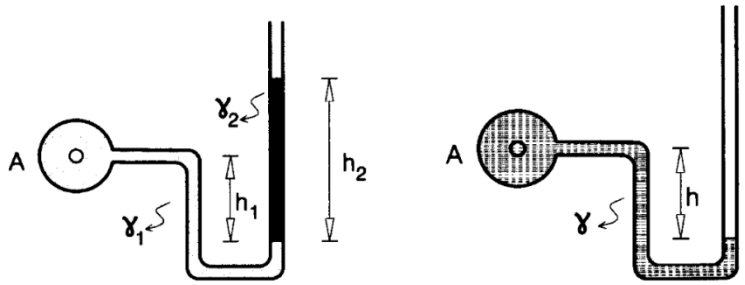


پیزومتر: برای اندازه‌گیری **فشارهای مثبت و کم در مایعات** استفاده می‌شود. لوله‌ای است شیشه‌ای که به طور قائم به مخزن محتوی سیال متصل است. فشار نسبی مایع در هر نقطه از مخزن را می‌توان به کمک ارتفاع بالا آمدگی مایع در لوله پیزومتر محاسبه کرد:

چرا پیزومتر برای اندازه‌گیری فشارهای منفی بکار نمی‌آید؟

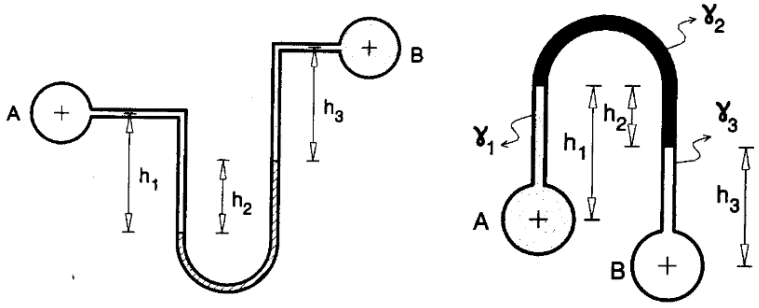
چرا اندازه‌گیری فشارهای زیاد در پیزومتر عملی نمی‌باشد؟

مانومتر ساده: محدودیت‌های پیزومتر را ندارد و برای اندازه‌گیری فشارهای مثبت و منفی استفاده می‌شود. وقتی فشار زیاد باشد، بهتر است که از یک مایع با چگالی بالا استفاده کرد.

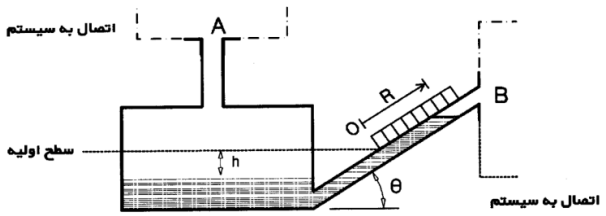


روش محاسبه فشار در مانومترها چگونه است؟ ۱) از یک طرف مانومتر شروع می‌کنیم و فشار نقطه اولیه را منظور می‌نماییم. اگر این نقطه دارای فشار معلومی بود با واحد مناسب و چنانچه مجهول باشد، با علامت مناسب بیان می‌گردد. ۲) از نقطه اولیه در طول مانومتر حرکت می‌کنیم تا به سطوح مشترک با سیال بعدی برسیم. در این حالت تغییر فشار ایجاد شده در طول حرکت را با فشار ثبت شده اولیه جمع جبری می‌نماییم. اگر سطح مشترک بعدی **پایین‌تر** بود تغییر فشار با علامت **مثبت** و اگر **بالاتر** بود با علامت **منفی** اضافه می‌کنیم. ۳) مرحله دوم را با حرکت در طول مانومتر از یک سطح مشترک به سطح مشترک بعدی و با رعایت علامت‌های مثبت و منفی تغییر فشار، ادامه می‌دهیم تا به طرف دیگر مانومتر برسیم. ۴) در نقطه آخر عبارت حاصله در طی سه مرحله قبل را با فشار در این نقطه، چه معلوم چه مجهول، برابر قرار می‌دهیم.

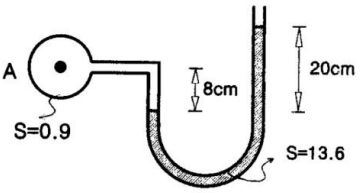
مانومتر دیفرانسیلی: در مواقعی که نتوان فشار را در نقطه‌ای از سیستم تعیین کرد، می‌توان با استفاده از مانومتر دیفرانسیلی اختلاف فشار بین دو نقطه را تعیین نمود.



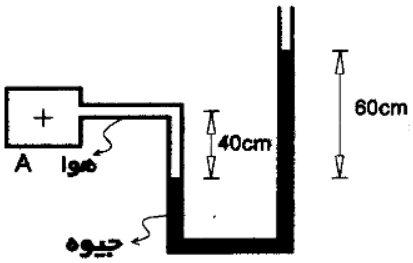
مانومتر مایل: برای بدست آوردن اختلاف فشارهای کم و یا اندازه‌گیری فشار گازها بکار می‌رود. دقت بیشتری در قرائت مقیاس نسبت به سایر مانومترها دارد، بطوریکه می‌توان آن را در ردیف میکرومانومترها قرار داد.



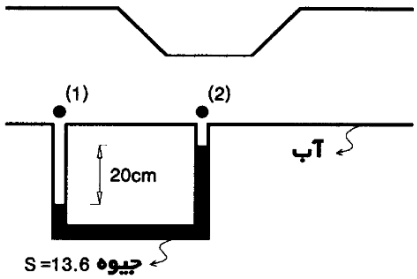
مثال ۴: در شکل زیر فشار نقطه A چند کیلوپاسکال است؟



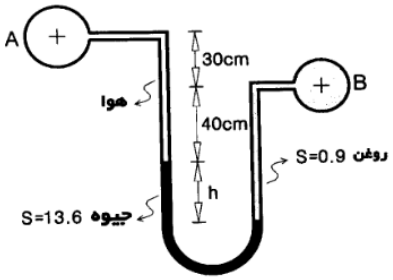
مثال ۵: در شکل زیر فشار نقطه A چند پاسکال است؟ گرانش ویژه جیوه ۱۳/۶ و وزن مخصوص هوا ۱۱/۸ نیوتن بر متر مربع است.



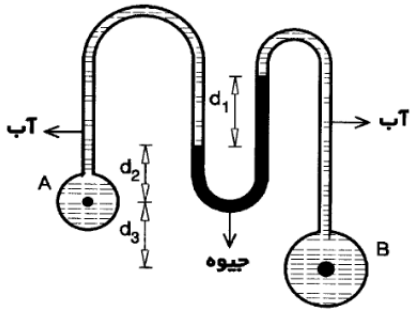
مثال ۶: مطابق شکل زیر آب در یک لوله افقی جریان دارد. اختلاف فشار بین دو نقطه ۱ و ۲ چند پاسکال است؟



مثال ۷: در مانومتر شکل زیر فشار در نقاط A و B به ترتیب برابر ۱ و ۱/۸ کیلوگرم نیرو بر سانتی‌متر مربع می‌باشد. ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟

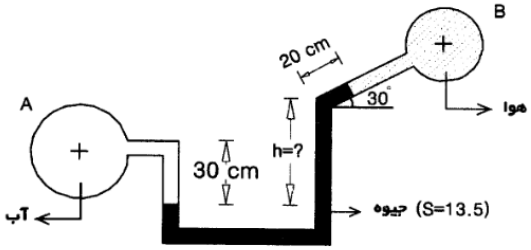


مثال ۸: در شکل زیر، اختلاف فشار در نقاط A و B چند کیلوپاسکال است؟ ($d_1=d_3=2d_2=30$ cm) و گرانش ویژه جیوه ۱۳/۶)

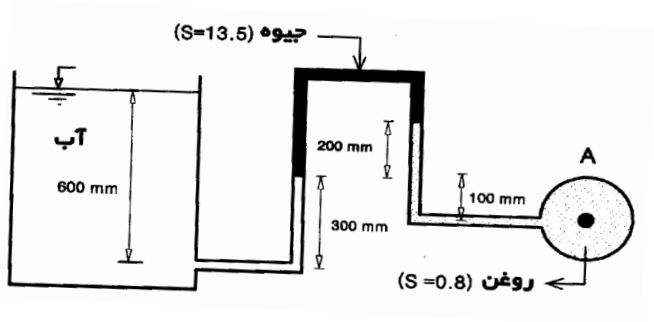


تمرین‌های فصل دوم:

۱) اختلاف فشار بین دو مخزن **A و B برابر ۷۸ کیلوپاسکال می باشد. مقدار h چقدرست؟**



۲) فشار مطلق در مرکز مخزن A چقدرست؟ (P_{atm}= 100 kpa)



فصل سوم: نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح

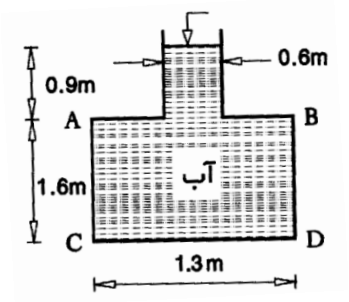
بر روی یک سطح معین توسط سیال نیروهای گسترده‌ای وارد می‌شود و می‌توان آن را با یک نیروی برآیند جایگزین کرد. نیروی ناشی از **فشار سیال ساکن نیروی هیدرواستاتیک** نام دارد. این نیرو برآیند نیروهای عمودی فشار سیال است، که عمود به سطح و رو به داخل بر سطح اعمال می‌شود.

نیروی وارد بر سطوح تخت افقی: یک سطح تخت را در نظر بگیرید که بطور افقی در یک سیال ساکن قرار گرفته است. این صفحه به علت هم تراز بودن کلیه نقاطش، در معرض فشار ثابتی خواهد بود. بنابراین اگر فشار سیال در تراز صفحه مذکور برابر P باشد، در آن صورت به هر المان سطح از صفحه، جز نیروی PdA وارد می‌شود. این جز نیروها

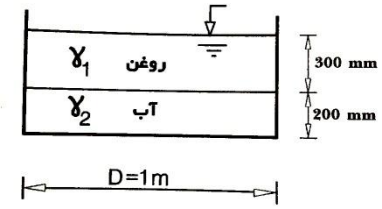
همگی موازی و هم جهت می‌باشند، بطوریکه می‌توان با استفاده از روش انتگرال‌گیری مقدار نیروی برآیند را بدست آورد. این نیروی برآیند، در راستای عمود بر صفحه، از مرکز سطح آن می‌گذرد. (نقطه اثر نیروی برآیند، مرکز سطح صفحه افقی است) و در صورت مثبت بودن P، جهتی رو به صفحه خواهد داشت.

$$F=\int P\,dA=P\int dA\rightarrow \quad F=P.A$$

مثال ۹: مقطع ظرفی که در شکل نشان داده شده است، دایره‌ای می‌باشد. مقدار نیروی قائم رو به بالا، وارده به سطح AB و نیز مقدار نیروی قائم رو به پایین، وارده به سطح CD را تعیین کنید. آیا نیروی وارد بر سطح CD با وزن سیال درون ظرف برابر است؟ چرا؟

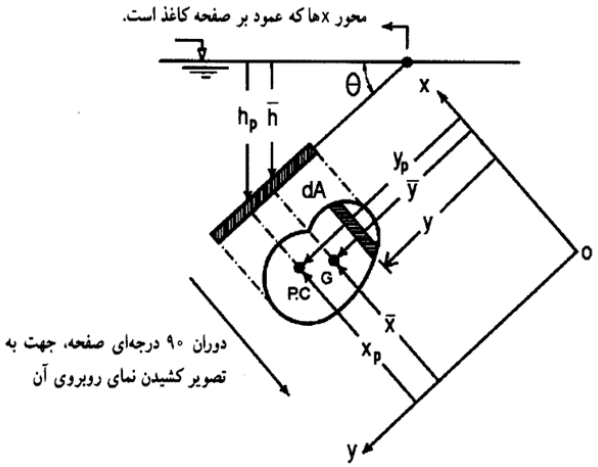


مثال ۱۰: یک ظرف استوانه‌ای به شعاع ۵۰ سانتی‌متر مطابق شکل زیر از آب و روغن پر شده است. چنانچه چگالی روغن برابر ۰/۸۵ باشد، نیروی هیدرواستاتیک ناشی از وزن آب و روغن بر کف سیال چند کیلونیوتن است؟



نیروی وارد بر سطوح تخت مایل و قائم: در این حالت به علت تغییر عمق سیال در امتداد صفحه و تناسب خطی آن با توزیع فشار، قطعاً محاسبه نیروی برآیند متفاوت با وضعیت افقی خواهد بود. همچنین مرکز فشار نیز بر مرکز سطح منطبق نمی‌شود و باید موقعیت آن را دقیقاً مشخص نمود. روش‌های تعیین نیروی برآیند عبارتست از: روش انتگرال‌گیری، روش استفاده از فرمول و استفاده از منشور فشار.

روش استفاده از فرمول: مطابق شکل زیر یک سطح مسطح را که به‌طور مایل درون سیال ساکن قرار گرفته است، در نظر می‌گیریم. اگر محور xها در محل تلاقی صفحه با سطح آزاد و محور yها را بر روی صفحه مستقر نماییم، آن‌گاه با فرض قرارگیری مبدا مختصات بر روی سطح آزاد مایع، می‌توان برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطح فوقانی این صفحه را به صورت زیر بدست آورد:



$$F=\int_A P\,dA=\int_A (\gamma y\sin\theta)\,dA=\gamma\sin\theta\int_A y\,dA$$

می‌دانیم $\bar{y}=\frac{\int y\,dA}{A}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F=\gamma\sin\theta\,\bar{y}\,A$$

و چون $\bar{h}=\bar{y}\sin\theta$ می‌باشد، لذا بدست می‌آید:

$$F=\gamma\,\bar{h}\,A=P_G\,A$$

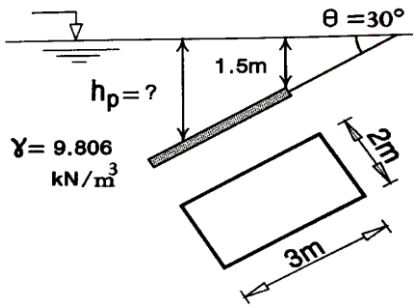
در رابطه فوق، h فاصله مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع است و P_G فشار در مرکز سطح صفحه می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت: **مقدار نیروی وارد بر یک طرف سطح تخت غوطه‌ور در مایع، برابر است با مساحت ضربدر فشار در مرکز سطح صفحه.**

نکته: صفحه قائم، صفحه مایلی است که در آن θ=۹۰ درجه است و چون مقدار نیروی هیدرواستاتیک، مستقل از زاویه صفحه با سطح آزاد مایع است، لذا تمام روابط بدست آمده در صفحه مایل برای صفحه قائم نیز به‌کار می‌رود.

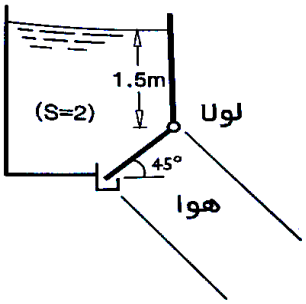
برای محاسبه مرکز فشار می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

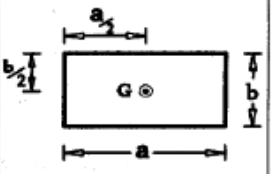
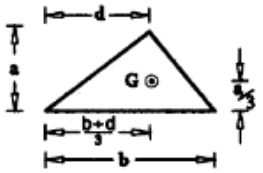
$$X_{cp}=\bar{X}+\frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{Y}A}\qquad\qquad Y_{cp}=\bar{Y}+\frac{\bar{I}_{xx}}{\bar{Y}A}$$

مثال ۱۱: با توجه به شکل، مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر یک طرف سطح و نیز تعیین فاصله مرکز فشار صفحه مستطیلی تا سطح آزاد مایع؟



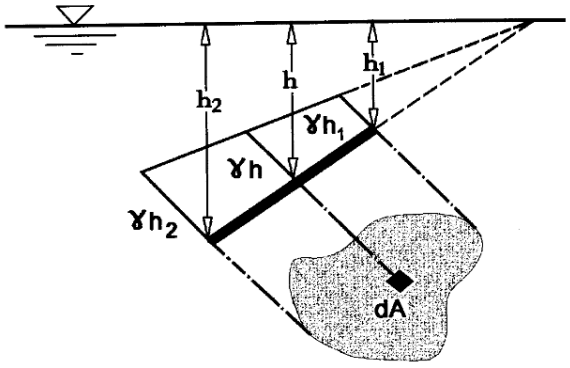
تمرین اول فصل سوم: در شکل زیر برای اینکه دریچه باز نشود، باید فشار هوا چقدر باشد؟ دریچه، صفحه‌ای دایره‌ای به قطر ۰/۷ متر و وزن ۱۸۰۰ نیوتن است.



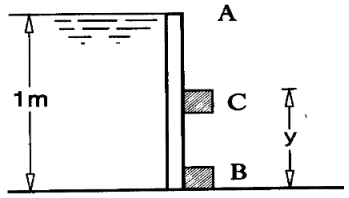
I_G	$\bar{I}_{xy}$	A	مشخصات مقطع / شکل مقطع
$\frac{1}{12}ab^3$	۰	ab	
$\frac{1}{4}\pi R^4$	۰	πR^2	
$\frac{1}{36}ba^3$	$\frac{1}{72}ba^2(b-2d)$	$\frac{1}{2}ab$	
$0/1098\ R^4$	۰	$\frac{1}{2}\pi R^2$	

روش استفاده از منشور فشار: یک روش دیگر برای تعیین نیروی وارد بر سطوح تخت و خط اثر آن، استفاده از منشور فشار است. منشور فشار، حجمی است به شکل منشور که قاعده آن همان سطح مسطح است و ارتفاع آن از قاعده، در هر نقطه، برابر γh می‌باشد. h فاصله قائم هر نقطه از صفحه تا سطح آزاد مایع است. در این روش، نیروی برآیند وارد بر یک طرف صفحه برابر است با حجم منشور فشار و مختصات مرکز فشار نیز همان مختصات مرکز حجم منشور می‌باشد. یعنی می‌توان نوشت:

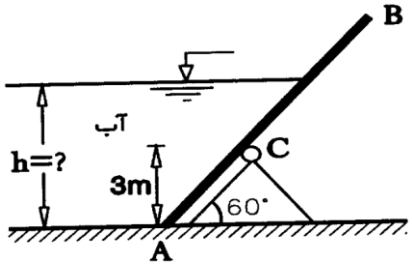
$$x_p = \frac{1}{V}\int x\,dV \quad , \quad y_p = \frac{1}{V}\int y\,dV$$



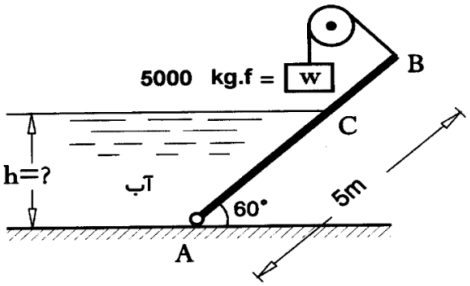
مثال ۱۲: در شکل زیر y را طوری تعیین کنید که وقتی سطح آب به بالای دیواره مستطیلی می‌رسد، دیواره حول C دوران کند.



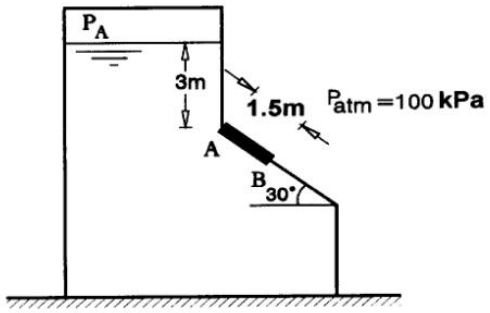
مثال ۱۳: با توجه به شکل، مطلوبست تعیین عمق آب در لحظه گردش دریچه مستطیلی؟



مثال ۱۴: در شکل زیر ارتفاع h چقدر باشد تا دریچه در حالت تعادل قرار داشته باشد؟ از نیروی اصطکاک و وزن دریچه صرف‌نظر کنید و عرض دریچه را برابر ۲ متر در نظر بگیرید.

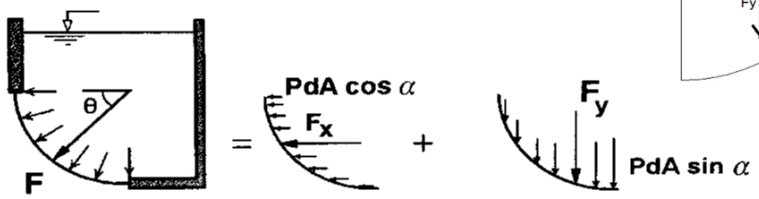


تمرین دوم فصل سوم: مخزن نشان داده شده در شکل زیر، محتوی آب است که فشار P_A روی آن اعمال می‌شود. برآیند نیروهای حاصل از فشارهای داخلی و خارجی وارده به دریچه AB را که عرض آن ۳ متر است، در حالت‌های ذکر شده، محاسبه کنید: الف) $P_A=P_{atm}=100$ kpa ب) $P_A=125$ kpa ج) $P_A=80$ kpa



نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح منحنی: در سطوح منحنی به علت انحنا سطح، جهت نیروهای عمودی فشار متغیر خواهند بود. بنابراین نمی‌توان مقدار برآیند آن‌ها را مستقیماً از طریق انتگرال‌گیری محاسبه نمود. باید نیروها را به دو مولفه در راستای افقی و قائم تجزیه نمود. در نهایت با جمع برداری آن‌ها نیروی کل را به دست می‌آید.

$$\begin{cases} F=\sqrt{F_y^2+F_x^2} \\ \tan\theta=\dfrac{F_y}{F_x} \end{cases}$$



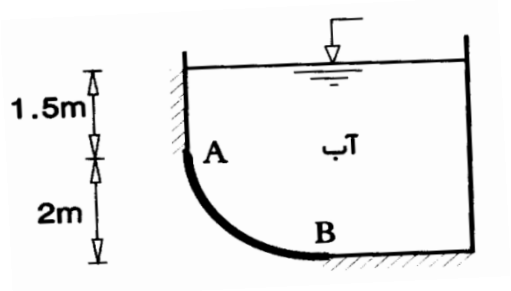
α = زاویه جزء نیروهای عمودی فشار با راستای افقی

مولفه افقی نیروی وارد بر یک سطح منحنی برابر است با نیروی وارد بر تصویر قائم آن سطح.

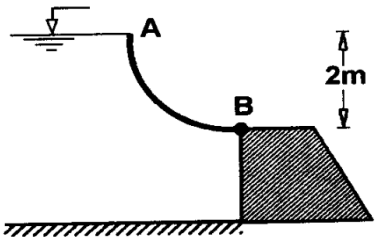
مولفه قائم نیروی وارد بر یک سطح منحنی برابر است با وزن مایعی که به صورت قائم تا سطح آزاد، بر روی سطح منحنی قرار دارد. (وزن مایع فرضی یا واقعی)

نکته: نقطه اثر نیروی افقی، از مرکز فشار تصویر قائم سطح می‌گذرد و امتداد نیروی قائم نیز از مرکز حجم ستون مایع عبور خواهد کرد.

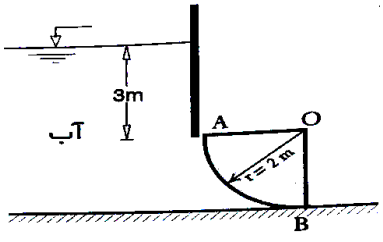
مثال ۱۵: سطح منحنی AB به شکل ربع دایره و به عرض واحد، مطابق شکل زیر مفروض است. مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح منحنی AB.



مثال ۱۶: دریچه AB به شکل ربع دایره و به عرض واحد، مطابق شکل زیر مفروض است. مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح منحنی AB.



تمرین سوم فصل سوم: در شکل مقابل، یک دریچه قطاعی و به صورت ربع دایره و با عرض ۲ متر نشان داده شده است. مطلوبست محاسبه مقدار نیروی وارد بر این دریچه؟



نیروی شناوری:

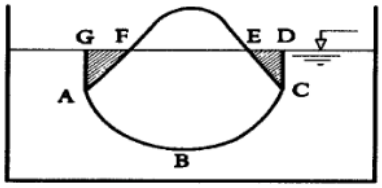
فرض کنید جسم جامدی را درون ظرفی که محتوی یک سیال ساکن است، قرار داده‌ایم. این جسم ممکن است در سیال مورد نظر، **شناور** یا **غوطه‌ور** شود و یا با حرکت به سمت کف ظرف، در آن **ته‌نشین** گردد. اما اینکه تحت چه شرایطی وقوع هر یک از حالات فوق محقق می‌شود، خود مستلزم شناسایی و بررسی نیروهای وارد بر جسم در حالات مذکور است.

حالت شناوری: چنانچه قسمتی از جسم جامد درون مایع غوطه‌ور باشد و مابقی خارج آن قرار گیرد، گوییم در مایع شناور است. نیروهای وارد بر جسم جامد در حالت شناوری عبارتست از:

الف) نیروی وزن که در راستای قائم و رو به پایین بر مرکز ثقل جسم شناور وارد می‌شود. $W = (\Upsilon_s)\,(V)$

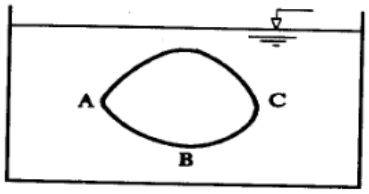
ب) نیروی هیدرواستاتیک، که خود دارای دو مولفه افقی و یک قائم است. مولفه‌های افقی نیروی هیدرواستاتیک به علت صفر بودن تصویر بخش غوطه‌ور جسم شناور روی صفحه قائم، برابر صفر می‌باشند و مولفه قائم آن به صورت زیر قابل محاسبه است:

V_{EFABC} حجم مایع جابجا شده توسط جسم شناور می‌باشد. حال اگر حجم مذکور را با V_d نشان دهیم و F_v را با F_B جایگزین کنیم، در آن صورت خواهیم داشت:



نیروی هیدرواستاتیک را در حالتی که بر یک سطح بسته یا همان جسم جامد وارد می‌شود، نیروی شناوری (F_B) می‌نامند که طبق رابطه فوق برابر است با وزن مایع جابجا شده توسط جسم شناور.

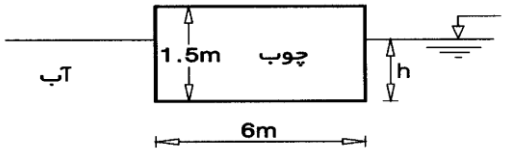
حالت غوطه‌وری: در این حالت تمام جسم جامد درون مایع قرار می‌گیرد و نیروی شناوری، بیشترین مقدار خود را دارد.



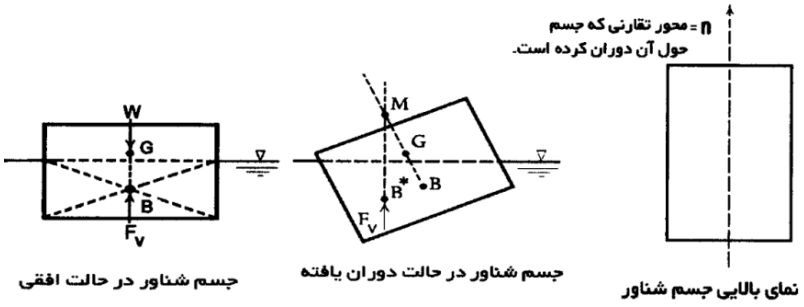
$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_B \rightarrow \gamma_s . V = \gamma_s . V_d = \gamma_f . V \rightarrow \gamma_f = \gamma_f$$

حالت ته‌نشینی: در این حالت جسم جامد پس از قرارگیری در سیال به‌طرف کف ظرف حرکت می‌کند تا سرانجام با ته‌نشینی در آن به تعادل برسد.

مثال ۱۷: بلوک چوبی نشان داده شده در شکل زیر دارای ابعاد ۲/۵*۱/۵*۶ متر می‌باشد. حجم آب جابجا شده توسط این بلوک و نیز موقعیت مرکز شناوری آن را نسبت به سطح آزاد آب بدست آورید. دانسیته چوب ۶۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است.



مرکز شناوری: نقطه اثر نیروی شناوری، مرکز شناوری نامیده می‌شود که مرکز حجم قسمتی از جسم شناور است که در مایع فرو رفته است. به عبارت دیگر مرکز شناوری، مرکز ثقل مایع جابجا شده به علت حضور جسم شناور در آن می‌باشد.



سکون نسبی: محاسبه تغییرات فشار در سیال ساکن، به علت عدم وجود تنش برشی، چندان مشکل نمی‌باشد. اگر سیال متحرک باشد، ولی هیچ لایه‌ای نسبت به لایه مجاور خود حرکت نکند، باز هم تنش برشی در کلیه نقاط برابر صفر خواهد بود. در این حالت چنانچه ظرف محتوی سیال (مایع) دارای شتاب ثابتی باشد، پس از مدتی سیال خود را با این شتاب وفق می‌دهد و شکل ثابتی، با سطح آزاد مشخص، پیدا می‌کند. این حرکت صلب گونه سیالات را **تعادل (سکون) نسبی** می‌نامند.

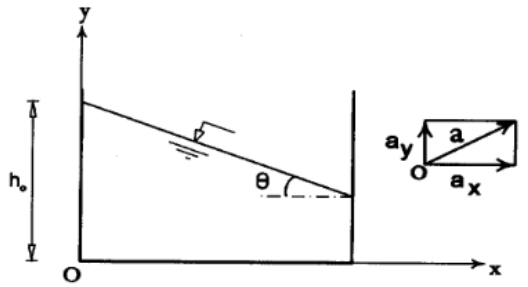
حرکت مستقیم با شتاب خطی یکنواخت: فرض کنید ظرفی محتوی مایعی به وزن مخصوص γ، مطابق شکل فوق، با شتاب ثابت a در حال حرکت مستقیم است. اگر محورهای مختصات قراردادی را مطابق شکل در نظر بگیریم، در آن صورت با توجه به مختصات هر نقطه، فشار متناظر از معادله زیر قابل محاسبه است:

$$P(x,y) = P_{\circ} - \gamma\left(\frac{a_x}{g}\right)x - \gamma\left(1 + \frac{a_y}{g}\right)y$$

a_x: مولفه شتاب در امتداد محور xها، که در شکل نشان داده شده، به علت همسویی با جهت مثبت مختصات، مثبت است.

a_y: مولفه شتاب در امتداد محور yها، که در شکل نشان داده شده، به علت همسویی با جهت مثبت محور yها، مثبت است.

g: شتاب جاذبه زمین P_o: فشار در مبدا مختصات



معادله سطح آزاد مایع را می توان به صورت زیر بدست آورد:

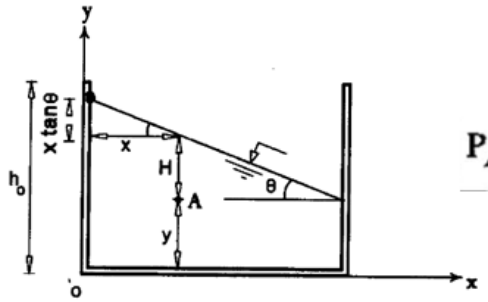
$$P(x,y) = \circ \rightarrow \circ = P_\circ - \gamma(\frac{a_x}{g})x - \gamma(1+\frac{a_y}{g})y \rightarrow y = -(\frac{a_x}{a_y+g})x + \frac{P_\circ}{\gamma(1+\frac{a_y}{g})}$$

در معادله قبل که معادله یک خط راست است، به صورت $y = -xtg\theta + h_0$، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$\tan\theta = \frac{a_x}{a_y+g}$$

$$h_\circ = \frac{P_\circ}{\gamma(1+\frac{a_y}{g})} \longrightarrow \boxed{P_\circ = \gamma h_\circ(1+\frac{a_y}{g})}$$

اگر سطح آزاد مایع پس از حرکت شتابدار ظرف، مطابق شکل زیر در نظر گرفته شود، در آن صورت فشار در هر نقطه دلخواه از مایع را می‌توان به صورت زیر نیز محاسبه کرد:

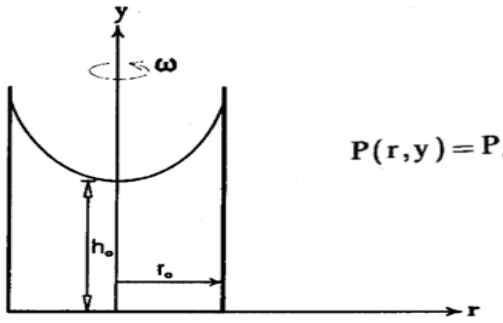


$$P_A = \gamma H(1+\frac{a_y}{g})$$

رابطه فوق در واقع شکل دیگری از معادله صفحه قبل است. زیرا:

$$P_A = \gamma \underbrace{[h_\circ - x\tan\theta - y]}_{H}(1+\frac{a_y}{g}) = \gamma h_\circ(1+\frac{a_y}{g}) - x(\frac{a_x}{a_y+g})(1+\frac{a_y}{g})\gamma - \gamma y(1+\frac{a_y}{g}) = P_\circ - \gamma(\frac{a_x}{g})x - \gamma y(1+\frac{a_y}{g})$$

حرکت دورانی یکنواخت حول محور قائم: ظرف استوانه‌ای شکلی به شعاع r_o را مطابق شکل زیر، طوری در نظر بگیرید که محتوی مایعی به وزن مخصوص Υ بوده و با سرعت زاویه‌ای ω حول محور قائم دوران کند. در این حالت کلیه ذرات مایع نیز با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران خواهند کرد و تنها شتاب وارد به آن‌ها شتاب شعاعی a_r است که مقدار آن برابر $r\omega^2$ می‌باشد. شتاب شعاعی سبب می‌شود تا مایع مانند یک جسم صلب حول محور قائم دوران کند، که به آن حرکت گردابی اجباری نیز می‌گویند. اگر دستگاه مختصات مطابق شکل روی محور استوانه‌ای و در کف آن مستقر شود، در ان صورت با توجه به مختصات هر نقطه، فشار متناظر را می‌توان از معادله زیر بدست آورد:



$$P(r,y)=P_{\circ}+\gamma\left(\frac{\omega^{2}r^{2}}{2g}\right)-\gamma y$$

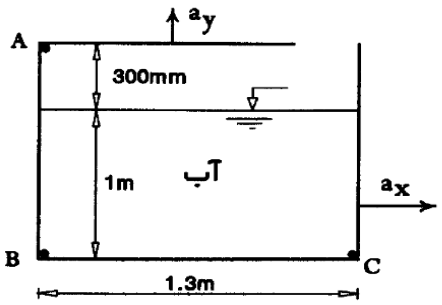
معادله سطح آزاد:

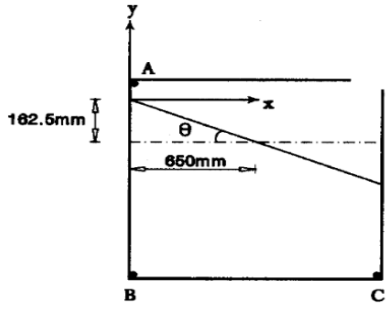
$$P(x,y)=P_{\circ}+\gamma\left(\frac{\omega^{2}x^{2}}{2g}\right)-\gamma y$$

$$P(x,y)=\circ \rightarrow P_{\circ}+\gamma\left(\frac{\omega^{2}x^{2}}{2g}\right)-\gamma y=\circ \rightarrow y=\left(\frac{\omega^{2}}{2g}\right)x^{2}+\frac{P_{\circ}}{\gamma}$$

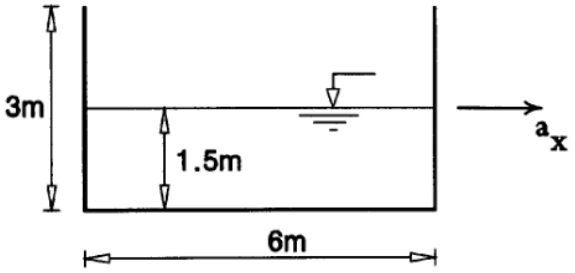
$$P_{\circ}=\gamma h_{\circ} \longrightarrow y=\left(\frac{\omega^{2}}{2g}\right)x^{2}+h_{\circ}$$

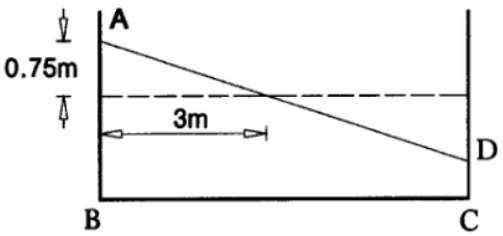
مثال ۱۸: در شکل زیر $a_y=2a_x=g$ می‌باشد. فشار در نقاط A و B و C را تعیین کنید.



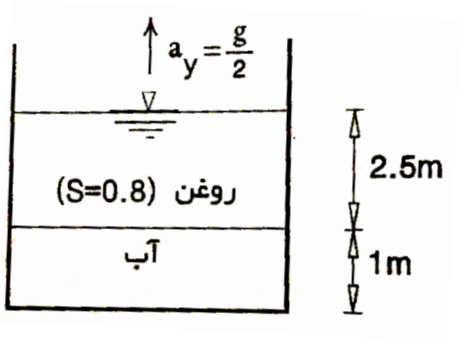


مثال ۱۹: یک مخزن مستطیلی به طول ۶ متر، عرض ۲ متر و ارتفاع ۳ متر، مطابق شکل زیر تا ارتفاع ۱/۵ متری از آب پر شده است. اگر شتاب افقی $a_x = g/4$ بر مخزن وارد شود، نیروی وارد بر دو انتهای مخزن را حساب نمایید.





تمرین چهارم فصل سوم: مخزن مکعب شکل روبازی به ضلع ۴ متر، مطابق شکل زیر محتوی آب و روغن است. اگر این مخزن تحت شتاب قائم a=g/2 به سمت بالا حرکت کند، فشار وارد بر کف مخزن را برحسب Kpa تعیین کنید.



فصل چهارم: قوانین حاکم بر حرکت سیالات

میدان سرعت: اگر u و v و w مولفه‌های سرعت سیال در امتداد محورهای x و y و z در مختصات فضایی باشند، در آن صورت سرعت تمام ذرات سیال را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$V = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \rightarrow \begin{cases} u = V_x = f(x,y,z,t) \\ v = V_y = g(x,y,z,t) \\ w = V_z = h(x,y,z,t) \end{cases}$$

به عبارت دیگر می‌توان گفت که سرعت سیال از یک نقطه به نقطه دیگر و از یک لحظه نسبت به لحظه دیگر می‌تواند متفاوت باشد. برای بکار بردن میدان سرعت، در محاسبات مربوط به حرکات ذرات جریان دو دیدگاه ارائه می‌شود:

۱) دیدگاه لاگرانژ: یک توده کوچک از سیال در نظر گرفته می‌شود و حرکت آن را دنبال می‌شود. این توده می‌تواند تغییر شکل دهد و ما آن را به صورت مجموعه‌ای از ذرات در نظر می‌گیریم. در هر نقطه سرعت، مکان و شتاب خاص خودش را دارد و فقط تابع زمان است. ایراد این روش این است که اگر تعداد ذرات زیاد باشد، کار مشکل خواهد شد.

$$v = V_y = g\left[x(t), y(t), z(t), t\right]$$

۲) دیدگاه اولری: در این روش یک نقطه را در نظر می‌گیریم و بعد سیال را مشاهده می‌کنیم، که چطور از آن نقطه عبور می‌کند و سرعتش تغییر می‌کند. بنابراین سرعت و شتاب، تابع مکان و زمان خواهد بود.

$$u = V_x = f(x_\circ, y_\circ, z_\circ, t)$$

در روش لاگرانژی دستگاه مختصات بر ذره سوار است و با آن حرکت می‌کند. اما در روش اولری دستگاه مختصات ثابت است و این ذرات هستند که نسبت به مبدا مختصات حرکت می‌کنند. روش اولری ساده‌تر است و منجر به معادلات ساده‌تری در حرکت سیالات می‌شوند.

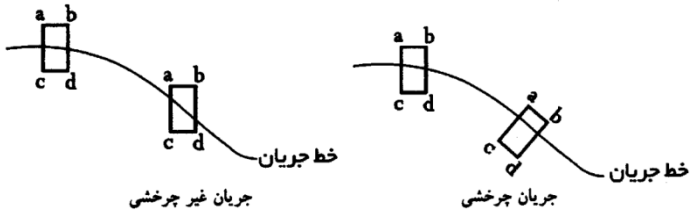
طبقه‌بندی انواع جریان:

الف) جریان دائمی و غیردائمی (ماندگار و غیرماندگار- پایدار و ناپایدار): اگر شاخص‌های جریان یعنی فشار، جرم مخصوص و ... در هر نقطه از سیال نسبت به زمان ثابت باشند، جریان را دائمی می‌گویند. ولی چنانچه این شاخص‌ها تابع زمان باشند (با گذشت زمان تغییر کنند) جریان غیردائمی است.

ب) جریان یکنواخت و غیریکنواخت: جریان یکنواخت به جریانی گفته می‌شود که در آن بردار سرعت، در هر لحظه مشخص، در تمام نقاط سیال یکسان باشد. حال اگر سرعت جریان سیال از نقطه‌ای به نقطه دیگر در لحظه معین تغییر کند، جریان حاصل را غیریکنواخت می‌نامند.

ج) جریان تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر: در جریان تراکم پذیر، جرم مخصوص سیال، تابع مختصات ذرات سیال است. به‌طوری که با حرکت سیال تغییر می‌کند ولی در جریان تراکم‌ناپذیر، جرم مخصوص سیال در تمامی نقاط ثابت بوده و با حرکت سیال تغییری نمی‌کند. مایعات عملاً تراکم‌ناپذیرند.

د) جریان چرخشی و غیرچرخشی:



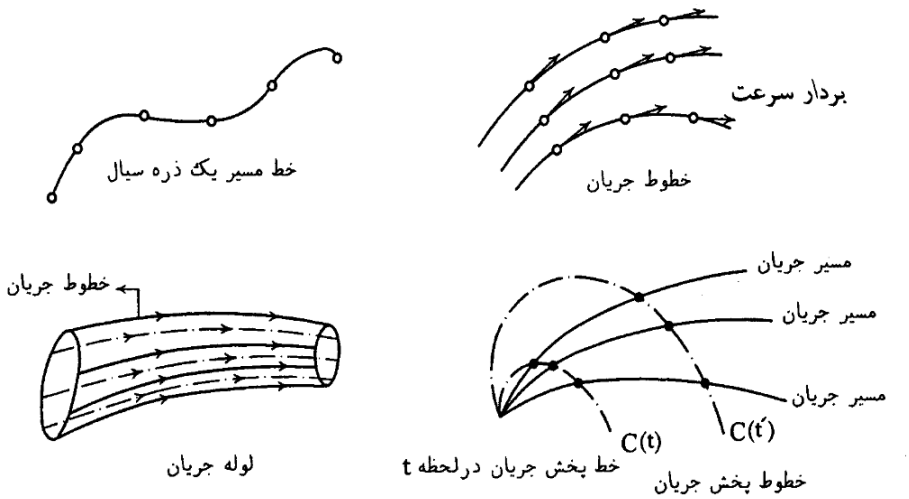
ه) جریان یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی: مشخصات جریان مانند فشار، سرعت و ... در حالت کلی تابعی از مختصات ذرات سیال یعنی x و y و z و نیز زمان t می‌باشند. چنین جریانی را جریان سه بعدی می‌نامند. اگر در جریانی مقدار هر یک از شاخص‌های جریان، در یکی از جهات ثابت باشد و در دو جهت دیگر تغییر کند، آن جریان دو بعدی خواهد بود. چنانچه مشخصات جریان در دو جهت ثابت و فقط در یک جهت تغییر کند، جریان را یک بعدی می‌گویند.

و) جریان ایده‌آل و حقیقی: اگر در یک جریان، سیال مورد نظر بدون اصطکاک و تراکم‌ناپذیر باشد، در آن‌صورت جریان مذکور ایده‌آل است. ولی چنانچه هر یک از شرایط فوق بر سیال حاکم نباشد، آن گاه جریان سیال، حقیقی خواهد بود.

ی) جریان آرام (یا ورقه‌ای یا لایه‌ای) و آشفته (یا متلاطم یا درهم): اگر ذرات سیال مسیرهای منظم و همواری را طی کنند، به طوری که هر لایه سیال به آرامی بر روی لایه مجاور خود بلغزد، در آن صورت جریان سیال آرام است.

عدد رینولدز:

بررسی خط مسیر، خط جریان، خط پخش جریان و لوله جریان:



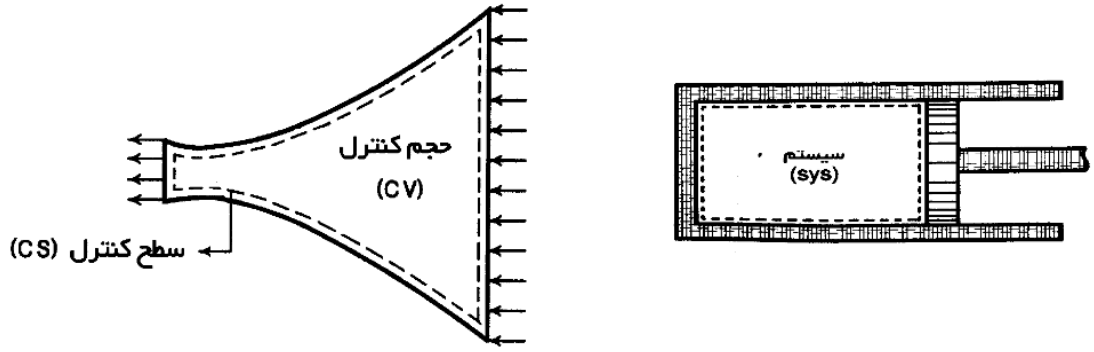
مفهوم سیستم، حجم کنترل و سطح کنترل:

در بکار بردن قوانین جریان سیال، می‌توان از دو روش جرم مشخص و حجم مشخص استفاده کرد.

روش جرم مشخص: در این روش، جرم ثابتی از سیال را که جرم مشخص یا سیستم نامیده می‌شود، در نظر می‌گیرند و قوانین را با استفاده از متغیرهای لاگرانژ برای آن به کار می‌برند. یک سیستم می‌تواند تغییر شکل و تغییر مکان بدهد ولی همیشه جرم مشخصی خواهد داشت. بخار موجود در داخل یک سیلندر بعد از بسته شدن دریچه‌های ورودی و خروجی آن، نمونه‌ای از یک سیستم در نظر گرفته شده است.

روش حجم مشخص: در این روش، حجم مشخصی از محیط پیوسته را که به حجم مشخص یا حجم کنترل موسوم است، در نظر می‌گیرند و قوانین را با استفاده از متغیرهای اولر برای سیالی که از آن حجم مشخص عبور می‌کند، بکار

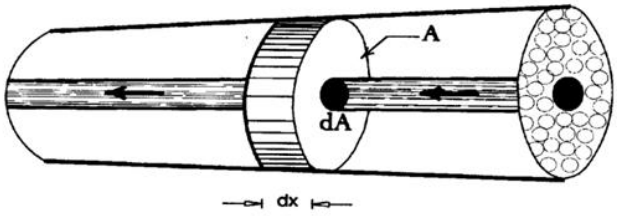
می‌برند. در این حالت مقدار و جنس ماده موجود در داخل حجم مذکور می‌تواند با گذشت زمان تغییر کند ولی حجم مشخص همیشه ثابت می‌ماند. محیط حجم مشخص را سطح مشخص یا سطح کنترل می‌نامند. جریان سیال در شیپوره (نازل) را می‌توان به صورت یک حجم مشخص بررسی کرد.



دبی جریان: دبی جریان عبارتست از مقدار سیالی که در واحد زمان از مقطع جریان عبور می‌کند. مقدار سیال را می‌توان به صورت حجم، وزن یا جرم آن در نظر گرفت که به ترتیب دبی حجمی، دبی وزنی و یا دبی جرمی نامیده می‌شوند. $G = \Upsilon\, Q = g\, m^{o}$

دبی حجمی(Q): دبی وزنی(G): دبی جرمی(m^{o}):

رابطه دبی با سرعت جریان: در جریان یک سیال مطابق شکل زیر، لوله جریانی با سطح مقطع کوچک dA را در نظر می‌گیریم. به علت کوچک بودن مقطع dA می‌توان سرعت را در کلیه نقاط آن برابر مقدار ثابت u فرض نمود، یعنی جریان را یک بعدی در نظر گرفت. در این حالت مقدار سیال عبور کرده از مقطع dA در مدت زمان dt، برابر است با دبی سیال عبوری از مقطع dA، یعنی:



$$\frac{d\forall}{dt} = dQ \rightarrow dQ = \frac{dx \times dA}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\right) \times dA = u\, dA$$

از آنجا دبی کل جریان برای تمام سطح مقطع A، برابر می‌شود با:

$$Q = \int_A u\, dA$$

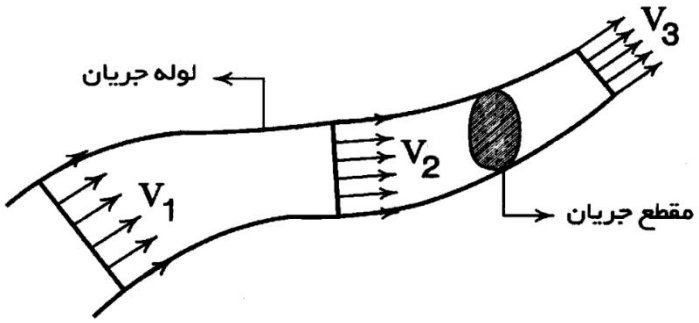
خارج قسمت دبی کل جریان بر مساحت مقطع، میانگین سرعت جریان در مقطع را مشخص می‌کند که به آن سرعت متوسط می‌گوییم:

$$V = \frac{\int_A u dA}{A}$$

در نتیجه دبی جریان برابر خواهد بود با حاصل‌ضرب سطح مقطع جریان در سرعت متوسط آن مقطع: $Q = V A$

معادله پیوستگی

الف) معادله پیوستگی جریان یک بعدی: یک لوله جریان را مطابق شکل زیر طوری در نظر می‌گیریم که جریان گذرنده از آن دائمی باشد. با فرض یک بعدی بودن جریان چنین نتیجه می‌شود که شاخص‌های جریان در یک مقطع مقدار ثابتی دارند، ولی بایستی توجه کرد که مقدار این شاخص‌ها می‌تواند از مقطعی به مقطع دیگر تغییر کند. هدف ما یافتن تغییرات سرعت (به عنوان یکی از مشخصات جریان) با توجه به تغییرات مساحت در مقاطع مختلف است.



اساس تحلیل ما بر اصل بقای جرم استوار است. به موجب این اصل ماده خود به خود تولید یا نابود نمی‌شود. بنابراین در یک جریان دائمی انتظار داریم مقدار جرم عبورکننده از یک مقطع در یک بازه زمانی مشخص، دقیقاً برابر مقدار جرمی باشد که از سایر مقاطع در همان زمان عبور می‌کند. به عبارت دیگر، دبی جرمی عبور کننده از کلیه مقاطع یکسان خواهد بود. بیان فوق مفهوم پیوستگی جریان است که معادله آن را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$m^o = \text{const.} \longrightarrow \rho Q = \text{const.} \longrightarrow \rho A V = \text{const.}$$

در رابطه فوق، V و A به ترتیب سرعت متوسط (میانگین) و مساحت مقطع بوده و ρ دانسیته (جرم مخصوص) سیال در مقطع مورد نظر است. برای سیال تراکم‌ناپذیر (ρ=const.) حتی اگر غیردائمی باشد، معادله پیوستگی برای جریان یک بعدی به صورت زیر در می‌آید:

$$Q = \text{const.} \longrightarrow A V = \text{const.}$$

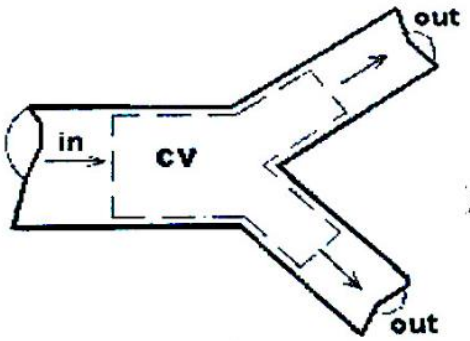
می‌توان نتیجه گرفت که:

✓ برای دو مقطع مختلف از یک لوله جریان در حالت جریان تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر:

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

✓ برای دو مقطع مختلف از یک لوله جریان در حالت جریان تراکم‌ناپذیر:

$A_1V_1 = A_2V_2$

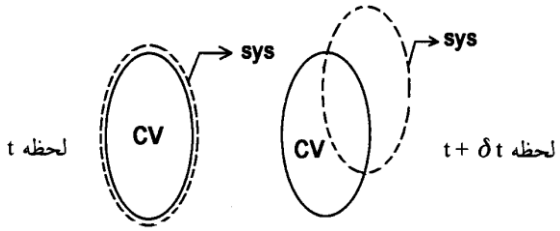


$$\sum \dot{m}_{(in)} = \sum \dot{m}_{(out)}$$

$$\rho = \text{const} \longrightarrow \sum Q_{(in)} = \sum Q_{(out)}$$

ب) **معادله پیوستگی جریان در حالت کلی:** معادله پیوستگی در حالت سه بعدی (کلی)، یک رابطه ریاضی است که براساس اصل بقای جرم و بکارگیری این اصل در **معادله انتقال رینولدز** نوشته می‌شود.

معادله انتقال رینولدز: خاصیتی از سیال مانند جرم، انرژی یا مومنتم (اندازه حرکت) را در نظر می‌گیریم و مقدار این خاصیت در داخل سیستم در لحظه t را با N نشان می‌دهیم. مقدار این خاصیت بر واحد جرم سیال را نیز با η نشان می‌دهیم. حال فرض می‌کنیم که مطابق شکل زیر در لحظه t، سیستم (sys) در داخل حجم کنترل (cv) قرار دارد. بدیهی است که در لحظه $t+\delta t$ دیگر سیستم منطبق بر حجم کنترل نیست.



طبق معادله انتقال رینولدز، نرخ افزایش N در داخل سیستم برابر است با نرخ افزایش N در داخل حجم کنترل بعلاوه نرخ خالص خروج N از سطح کنترل. بیان فوق بصورت ریاضی، به شکل زیر نمایش داده می‌شود: (سرعت = V و حجم = V)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \eta\rho\, d\forall + \int_{CS} \eta\rho\, V.dA$$

اصل بقای جرم و بکارگیری آن در معادله انتقال رینولدز: اصل بقای جرم بیان می‌کند که جرم یک سیستم در طی زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین اصل بقای جرم برای سیستم به صورت زیر بیان می‌شود:

$dm/dt=0$

که در آن m جرم کل سیستم است. حال در معادله انتقال رینولدز به جای N، جرم سیستم یعنی m را قرار می‌دهیم. بدیهی است که در این حالت η، جرم واحد جرم، یعنی یک، خواهد شد.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho\, d\forall + \int_{CS} \rho\, V.dA = 0$$

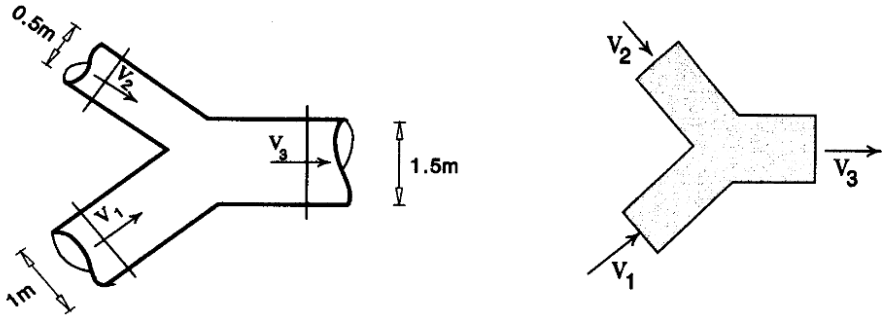
معادله پیوستگی دیفرانسیلی:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)+\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$$

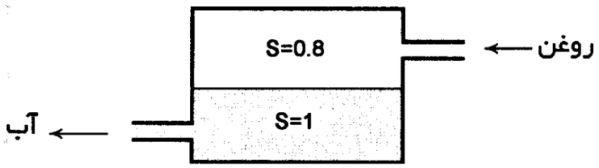
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho w)=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

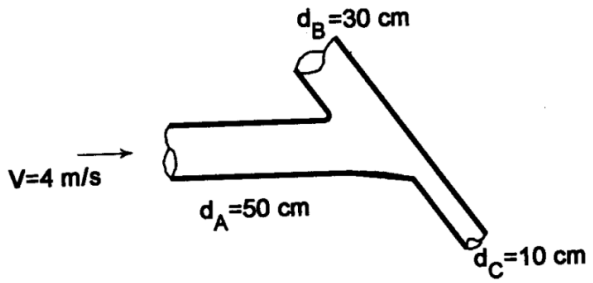
مثال ۲۰: دو لوله یکی به قطر ۰/۵ متر و دیگری به قطر ۱ متر، مطابق شکل زیر، به یک لوله بزرگتر به قطر ۱/۵ متر متصل شده‌اند. درون سیستم لوله‌ها، نفت با دانسیته ۸۸۰ کیلوگرم بر مترمکعب جریان دارد. اگر دبی جرمی در بزرگترین مقطع برابر ۴۰۰۰ کیلوگرم بر ثانیه و سرعت دو مقطع کوچکتر با هم برابر باشند، سرعت جریان در هر یک از لوله‌ها را بدست آورید.



مثال ۲۱: مطابق شکل زیر روغن با دبی وزنی ۲۰۰ نیوتن بر ثانیه وارد مخزن می‌شود. مقدار آب خروجی از مخزن در مدت ۱۰ ثانیه چند مترمکعب است؟



تمرین اول فصل چهارم: روغن به جرم مخصوص ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب، مطابق شکل زیر از لوله A به قطر ۵۰ سانتی‌متر وارد سیستم شده و از لوله‌های B و C با قطرهای ۳۰ سانتی‌متر و ۱۰ سانتی‌متر از سیستم خارج می‌شود. اگر سرعت در لوله C سه برابر سرعت در لوله B باشد، سرعت در لوله B چقدر است؟



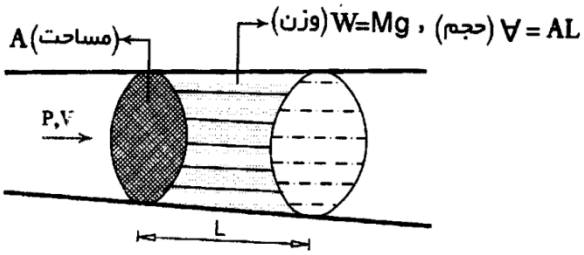
معادله انرژی (برنولی):

انرژی ظرفیت یا قابلیت انجام کار است. یک جسم در حالت کلی به سه طریق می‌تواند انرژی کسب کند:

انرژی پتانسیل: اگر جسمی به جرم M تا ارتفاع Z از یک سطح مشخص (سطح مبنا) بالا برده شود، در آن صورت انرژی پتانسیل ذخیره شده در جسم برابر است با: $E_{Potential}= Mgz$

انرژی جنبشی: اگر جسمی به جرم M با سرعت V در حال حرکت باشد، در آن صورت انرژی جنبشی ذخیره شده در آن را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد: $E_{kinetic}= (1/2)MV^2$

انرژی فشاری: اگر سیالی با فشار P از یک مقطع جریان به مساحت A عبور کند، نیروی PA را بر آن مقطع وارد می‌کند. با جابجایی و حرکت سیال در مسافتی به طول L، کار انجام شده توسط جریان برابر PAL می‌شود. بنابراین انرژی فشاری ذخیره شده در سیال برابر خواهد بود با: $E_{Pressure}= PAL$



با جمع کردن سه معادله قبلی می‌توان مجموع انرژی ذخیره شده در یک جسم سیال را به صورت زیر بدست آورد:

$E_{total}= Mgz + (1/2)MV^2 + PAL$

این انرژی، انرژی کل یک جسم سیال به وزن Mg است که با سرعت V و فشار P، از مقطع A عبور می‌کند و در نتیجه طول L از جریان را خواهد پیمود. حال اگر بخواهیم انرژی کل را برای واحد وزن سیال بدست آوریم، بایستی طرفین رابطه فوق را به وزن سیال تقسیم کنیم:

$$\frac{E_{total}}{W}=\frac{Mgz}{Mg}+\frac{\frac{1}{2}MV^2}{Mg}+\frac{PAL}{Mg}\rightarrow \boxed{H=z+\frac{V^2}{2g}+\frac{P}{\gamma}}$$

رابطه فوق، شکل کلی معادله برنولی است که معمولاً برای جریان مایعات به کار برده می‌شود. بعد جملات این معادله، انرژی بر واحد وزن است و بر حسب ارتفاع ستون مایع قابل بیان می‌باشد. در معادله فوق:

H : انرژی کل موجود در واحد وزن مایع

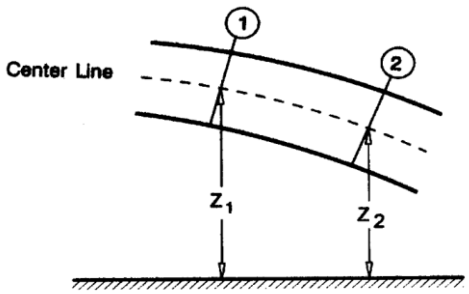
Z : انرژی پتانسیل موجود در واحد وزن مایع که به آن ارتفاع هندسی می‌گویند.

$V^2/2g$: انرژی جنبشی موجود در واحد وزن مایع که ارتفاع نظیر سرعت نامیده می‌شود.

P/γ : انرژی فشاری موجود در واحد وزن مایع که به آن ارتفاع نظیر فشار می‌گویند.

در این بخش به هنگام به کارگیری معادله برنولی فرض بر آن است که جریان سیال غیرویسکوز (بدون اصطکاک)، تراکم‌ناپذیر و دائمی است.

انرژی موجود در یک سیال ایده‌آل (غیرویسکوز و تراکم‌ناپذیر) که جریان آن دائمی فرض شده است، در طول جریان مقدار ثابتی خواهد داشت و همانطور که اشاره شد توسط معادله برنولی قابل محاسبه است، ولی بایستی توجه داشت که این مقدار انرژی تنها در طول یک خط جریان مشخص، ثابت می‌باشد و چنانچه مقدار انرژی در دو خط جریان متفاوت مد نظر باشد، مقادیر یکسانی برای آن نخواهیم داشت. از طرفی مشخص کردن خط جریان در مسائل نیز به طور دقیق ممکن نیست، لذا به عنوان یک راه حل پیشنهاد می‌شود تا محور مرکزی لوله جریان (centerline) به عنوان خط جریان در نظر گرفته شود و معادله برنولی بر روی نقاط واقع بر آن نوشته شود. به عنوان مثال دو نقطه ۱ و ۲ را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر بر روی محور مرکزی لوله جریان در دو مقطع ۱ و ۲ واقع شده‌اند. در این حالت معادله برنولی بین دو نقطه مذکور به صورت زیر نوشته می‌شود:



$$H_1 = H_2 \rightarrow \quad z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma}$$

حال اگر در جریان سیال اصطکاک وجود داشته باشد و سیال واقعی باشد، در آن صورت در طول جریان با افت انرژی مواجه خواهیم شد. در این حالت معادله برنولی بین دو نقطه ۱ و ۲ با فرض اینکه جهت جریان از نقطه ۱ به سمت نقطه ۲ باشد، به صورت زیر خواهد بود:

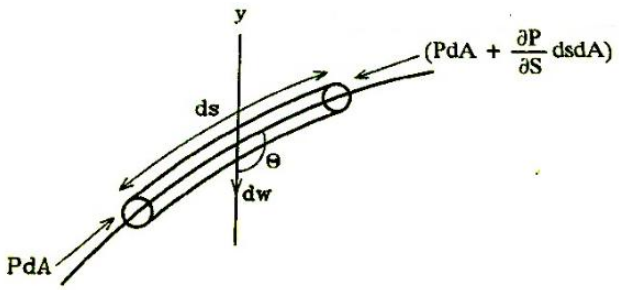
$$H_1 = H_2 + \Delta H_{(1-2)} \rightarrow \quad z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \Delta H_{(1-2)}$$

نکته: در حالتی که تمام خطوط جریان از مخزنی شروع شوند که انرژی در تمام نقاط آن یکسان باشد، در آن صورت در معادله برنولی، نقاط ۱ و ۲ را می‌توانیم به دلخواه انتخاب کنیم. یعنی لزومی ندارد که دو نقطه روی یک خط جریان باشند. لازم به ذکر است که در حالت کلی می‌توان نشان داد که اگر جریان غیرچرخشی باشد، لزومی ندارد که دو نقطه مورد نظر در معادله برنولی روی یک خط جریان قرار گیرند.

نکته: معادله برنولی اساساً بین دو نقطه از یک سیال مشخص نوشته می‌شود، نه دو سیال متفاوت.

اثبات رابطه برنولی توسط قانون دوم نیوتن:

فرضیات: ۱) المانی از سیال در حال حرکت روی یک خط جریان را در نظر می‌گیریم. ۲) جریان را دائم فرض می‌کنیم. ۳) جریان را ایده‌آل (بدون اصطکاک) فرض می‌کنیم. ۴) جریان را یک‌بعدی در نظر می‌گیریم.



$$\Sigma F_s = Ma_s \Rightarrow pdA - \left[p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right] dA + \gamma \, dA \, ds \, \text{Cos}\, \theta = Ma_s$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{-dy}{ds} \Rightarrow \frac{-\partial p}{\partial s} ds \, dA - \gamma \, dA ds \times \frac{dy}{ds} = \rho \, dA \, ds \, a_s \Rightarrow a_s = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{dy}{ds} \quad (1)$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial s} ds \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt}$$

$$a_s = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \left[\frac{v^2}{2}\right]}{\partial s} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial (p + \gamma y)}{\partial s}$$

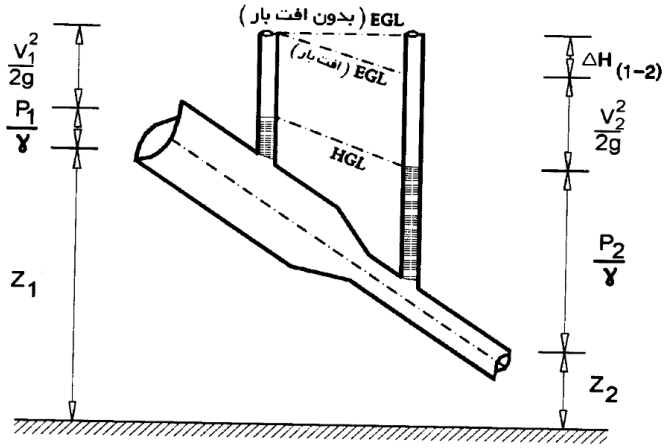
$$\text{رابطه اویلر} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial s} (p/\gamma + y) = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial v_s}{\partial t} + \frac{\partial (v_s^2/2)}{\partial s} \right]$$

$$\frac{\partial (p/\gamma + y + v^2/2g)}{\partial s} = 0 \quad \text{پس: } \frac{\partial v_s}{\partial t} = 0 \Leftarrow \text{اگر جریان دایمی باشد (فرض اویلر)}$$

$$\text{رابط برنولی} \Rightarrow \frac{P}{\gamma} + y + \frac{v^2}{2g} = H$$

هد فشار — هد پتانسیل — هد سرعت — هد انرژی کل

نکته: نموداری که انرژی موجود در طول لوله جریان ($Z+V^2/2g+P/\gamma$) را نشان می‌دهد، **خط تراز انرژی** (EGL) نامیده می‌شود. این در حالی است که به نمودار نشان دهنده انرژی هیدرولیکی در طول لوله جریان ($Z+P/\gamma$) **خط تراز هیدرولیک** (HGL) یا **خط تراز پیزومتریک** گفته می‌شود. در جریان سیال واقعی، خط تراز انرژی همواره در جهت جریان افت می‌کند. مگر در محلی که یک منبع انرژی مانند پمپ قرار دارد. افت خط تراز انرژی را افت ارتفاع می‌نامند.



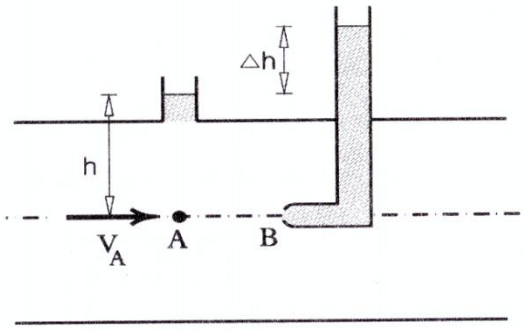
کاربردهای معادله برنولی:

۱) اندازه‌گیری سرعت جریان: الف) لوله پیتو (پیتوت)، ب) ترکیب لوله پیتو و پیزومتر

۲) اندازه‌گیری دبی جریان: لوله وانتوری (وانتوری‌متر)

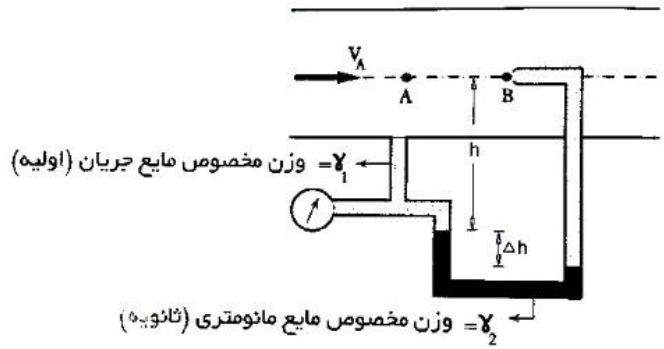
۳) تخلیه مایع از مخزن: مخزن بزرگ، مخزن کوچک

لوله پیتو: وسیله‌ای است که از آن جهت اندازه‌گیری سرعت مایع استفاده می‌شود. این وسیله مطابق شکل زیر از دو لوله عمود بر هم تشکیل شده است که یک شاخه آن در امتداد جریان و شاخه دیگر به طور قائم به اتمسفر مربوط می‌شود. برخورد مایع به دهانه ورودی لوله پیتو سبب می‌شود تا سرعت در این نقطه صفر شود و با ایجاد فشاری به‌نام فشار دینامیک، مایع به درون لوله رانده می‌شود. در این حالت مایع با اختلاف به اندازه Δh نسبت به پیزومتر می‌ایستد. حال معادله برنولی بین دو نقطه A و B به صورت زیر نوشته می‌شود:

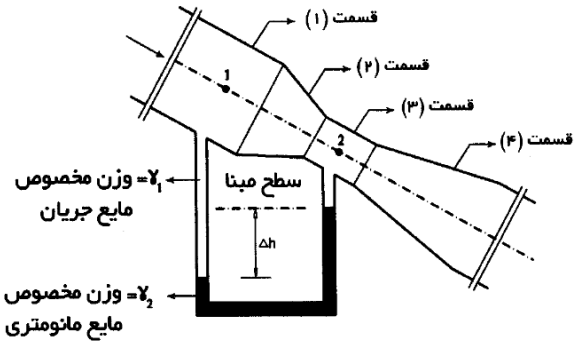


با توجه به شکل بالا می‌توان گفت: ۱) ارتفاع مایع در پیزومتر (h) = ارتفاع نظیر فشار هیدرواستاتیک. ۲) اختلاف ارتفاع سطح آزاد مایع بین پیزومتر و لوله پیتو (Δh) = ارتفاع نظیر فشار دینامیک، که در اثر صفر شدن سرعت در دهانه ورودی لوله پیتو به وجود آمده است. ۳) ارتفاع مایع در لوله پیتو ($\Delta h+h$) = ارتفاع نظیر فشار سکون. بنابراین می‌توان گفت که فشار سکون در دهانه ورودی لوله پیتو مجموع فشار استاتیک و فشار دینامیک است.

ترکیب لوله پیتو و پیزومتر: با ترکیب لوله پیتو و پیزومتر، مطابق شکل زیر، و تشکیل یک لوله مانومتری، می‌توان سرعت جریان را در نقطه A به صورت زیر بدست آورد:

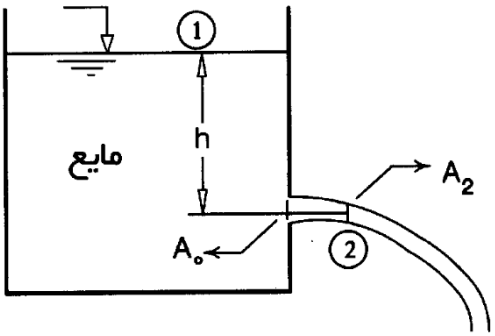


لوله وانتوری: برای اندازه‌گیری دبی جریان در لوله‌ها به کار می‌رود و مطابق شکل زیر از قسمت‌های زیر تشکیل شده است: ۱) قسمتی که هم اندازه لوله است. ۲) قسمت مخروطی همگرا با زاویه تقریبی ۲۱ درجه. ۳) گلوگاه استوانه‌ای که طول و قطرش مساوی است. ۴) قسمت مخروطی تدریجاً واگرا که به یک قسمت استوانه‌ای هم اندازه لوله ختم می‌شود. زاویه تقریبی مخروط در این قسمت بین ۵ تا ۷ درجه است.



تخلیه مایع از مخزن: مایع قرار گرفته در یک مخزن می‌تواند از طریق روزنه که در کف یا دیواره مخزن تعبیه می‌شود، تخلیه گردد. اگر مخزن به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توان از کاهش تدریجی ارتفاع مایع (که در اثر خروج مایع از روزنه بوجود می‌آید) صرف‌نظر کرد و سرعت را در سطح آزاد آن برابر صفر در نظر گرفت. ولی در حالتی‌که مخزن کوچک است، پایین آمدن سطح مایع نیز محسوس خواهد بود. به‌طوریکه نمی‌توان سرعت را در سطح آزاد مایع برابر صفر قرار داد.

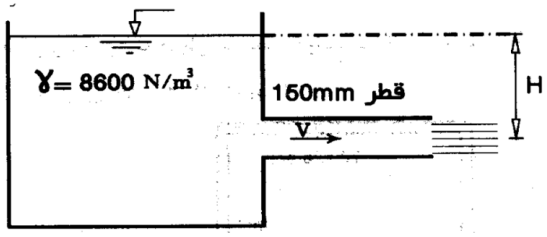
مخزن بزرگ: فرض کنید مخزن نشان داده شده در شکل زیر، یک مخزن بزرگ باشد که در دیواره آن روزنه‌ای تعبیه شده است. اگر ارتفاع مایع در مخزن تا مرکز روزنه برابر h باشد و از کلیه افت‌های انرژی نیز صرف‌نظر شود، در آن صورت با نوشتن معادله برنولی بین سطح آزاد مایع و خروجی آن از روزنه، خواهیم داشت:



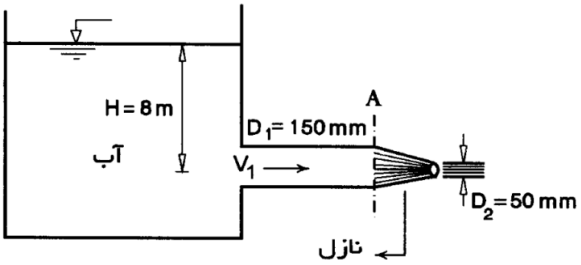
$$H_1 = H_2 \rightarrow 0+0+h = 0+\frac{V^2}{2g}+0 \rightarrow \boxed{V=\sqrt{2gh}}$$

رابطه فوق که به رابطه **توریچلی** معروف است، امکان محاسبه مستقیم سرعت جت خروجی از یک مخزن را فراهم می‌کند. دبی خروجی از روزنه نیز از حاصلضرب سرعت خروجی در مساحت روزنه محاسبه می‌شود: $Q=VA$

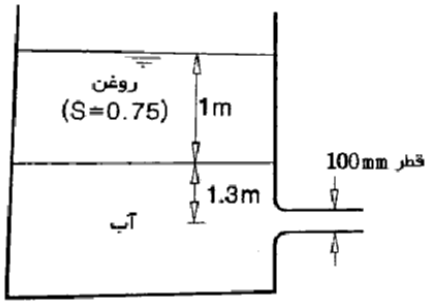
مثال ۲۲: در شکل زیر مطلوب است تعیین ارتفاع H به ازای دبی ۵۰ لیتر بر ثانیه و تلفات $10(V^2/2g)$ ؟



مثال ۲۳: در شکل زیر مطلوبست تعیین دبی جریان و فشار در مقطع A؟

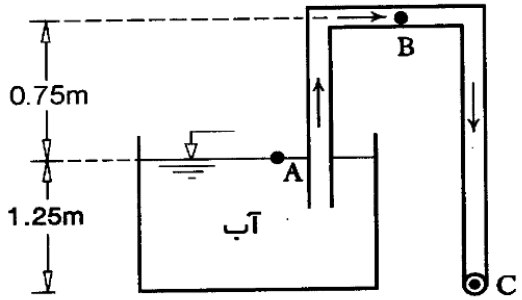


مثال ۲۴: دبی خروجی از مخزن شکل زیر را بدست آورید. از تلفات صرف‌نظر کنید و مخزن را بزرگ در نظر بگیرید.

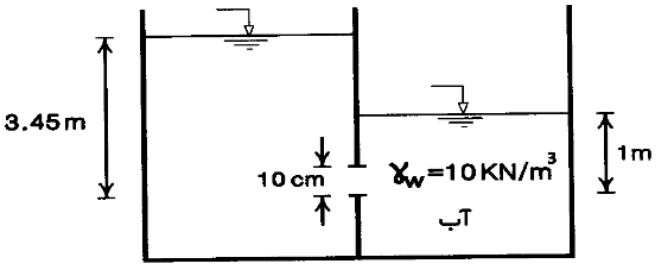


مثال ۲۵: شکل زیر یک **سیفون** را نشان می‌دهد. سرعت آب در خروج از لوله سیفون (در نقطه C) و نیزز فشار نقطه B را بدست آورید. از کلیه تلفات صرف‌نظر کنید.

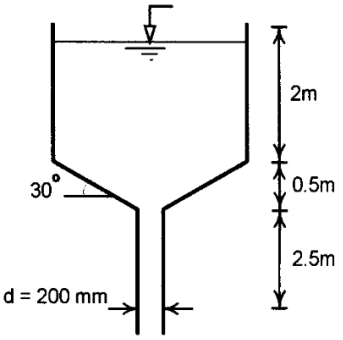
پدیده سیفون:



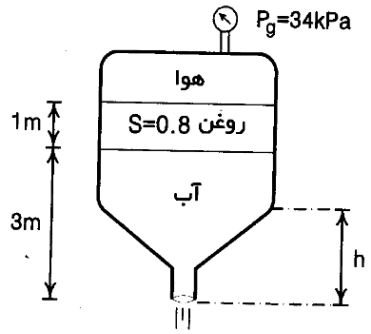
مثال ۲۶: دبی عبوری از روزنه نشان داده شده در شکل زیر چند لیتر بر ثانیه است؟



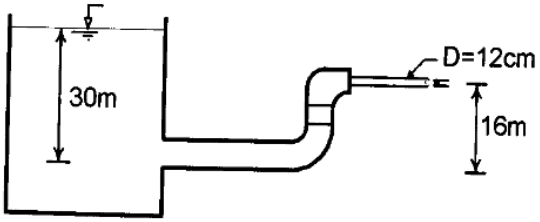
مثال ۲۷: در شکل زیر سرعت و دبی آبی که به صورت جت آزاد از مخزن خارج می‌شود چقدر است؟ از کلیه تلفات صرف‌نظر شود.



تمرین دوم فصل چهارم: یک مخزن استوانه‌ای مطابق شکل زیر محتوی هوا، آب و روغن است. اگر از اصطکاک در تمام نقاط و نیز انرژی جنبشی سیال در بالای ارتفاع h صرف‌نظر کنیم، سرعت آب خروجی چقدر است؟



تمرین سوم فصل چهارم: اگر دبی جریان در لوله شکل زیر ۱۰۸ لیتر بر ثانیه باشد، با فرض بزرگ بودن مخزن، کل ارتفاع در طول لوله را بدست آورید.

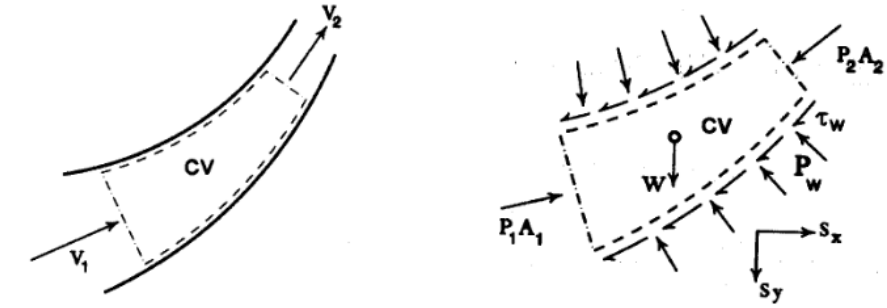


تئوری اندازه حرکت:

ساده‌ترین تعریف اندازه حرکت، حاصل‌ضرب جرم در سرعت است. یعنی اگر جسمی به جرم M با سرعت V در حال حرکت باشد، در آن صورت دارای اندازه حرکت MV خواهد شد. قانون دوم نیوتن را می‌توانیم براساس اندازه حرکت نیز بیان کنیم، به صورت زیر:

$$\vec{F} = M\vec{a} = M\left(\frac{\Delta \vec{V}}{t}\right) = \frac{M(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{t}$$

نتیجه آن‌که: برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم برابر است با تغییرات اندازه حرکت آن در واحد زمان. یک حجم کنترل را مطابق شکل زیر، در قسمتی از یک لوله جریان در نظر می‌گیریم:



اگر جرم M از سیال، با فرض دائمی و یک بعدی بودن جریان، در مدت زمان t از حجم کنترل عبور کند، در آن صورت با نوشتن قانون دوم نیوتن برای سیال موجود در حجم کنترل خواهیم داشت:

$$\vec{F} = \frac{M(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)}{t} = \left(\frac{M}{t}\right)(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \longrightarrow \vec{F} = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

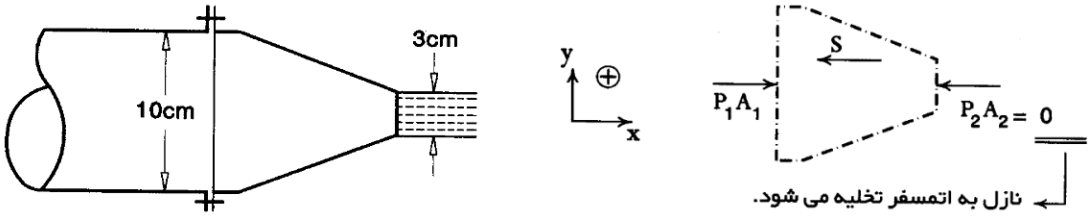
این رابطه معادله اندازه حرکت یا مومنتم خطی سیال نامیده می‌شود که مفهوم آن بیانگر تئوری اندازه حرکت است. F یا همان $\sum F$، در این معادله برآیند نیروهای خارجی وارد بر سیال در حجم کنترل (cv) می‌باشد که همانند سرعت کمیتی برداری است. نیروی F ترکیب نیروهای زیر است:

الف) نیروی وزن (W).

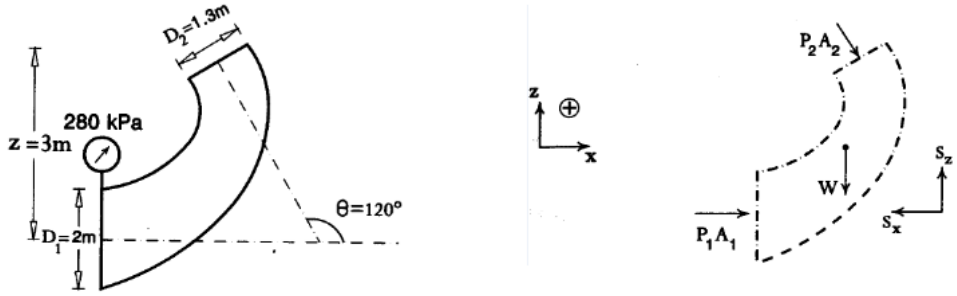
ب) نیروی فشار هیدرواستاتیک (F_p) که شامل اثرات فشارهای P_1 و P_2 در ورودی و خروجی حجم کنترل است. اگر مقاطع ورودی و خروجی حجم کنترل را عمود بر جریان در نظر گرفته و مساحت آن‌ها را با A_1 و A_2 نشان دهیم، در آن صورت اندازه نیروی فشاری در ورودی و خروجی حجم کنترل برابر P_1A_1 و P_2A_2 خواهد بود که در راستای عمود بر سطح و به طرف داخل آن، وارد می‌شود.

ج) نیروی اندرکنش سیال و جداره که ناشی از اثرات توزیع تنش‌های قائم P_W و تنش‌های برشی τ_W می‌باشد و برآیند این تنش‌ها (S) از جداره به سیال موجود در حجم کنترل وارد می‌شود.

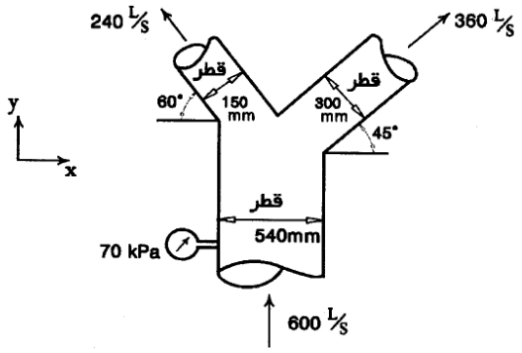
مثال ۲۸: یک شیلنگ آتش نشانی به قطر ۱۰ سانتی‌متر با یک نازل به قطر ۳ سانتی‌متر، مطابق شکل زیر ۱/۵ مترمکعب آب را طی یک دقیقه به اتمسفر تخلیه می‌کند. با فرض اینکه اصطکاک صفر باشد و شیلنگ به صورت افقی قرار گرفته باشد، نیروی وارد بر نازل را محاسبه کنید.

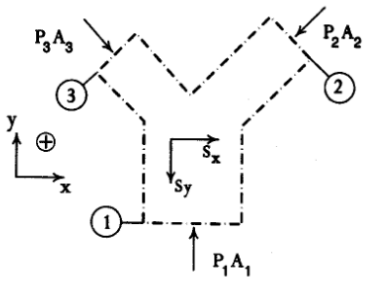


مثال ۲۹: یک زانویی کاهنده مطابق شکل زیر در صفحه قائم دارد. دبی آب عبوری از زانویی برابر ۸/۵ مترمکعب بر ثانیه و وزن سیال درون آن ۸۰ کیلونیوتن است. نیروی وارد بر زانویی را محاسبه کنید. تلفات در زانویی $0.5V^2/2g$ می‌باشد.



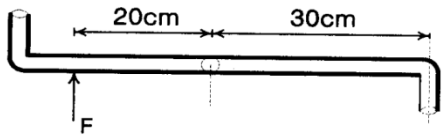
مثال ۳۰: در شکل زیر مولفه‌های نیروی لازم برای نگهداری سه راهی Y شکل را در امتدادهای x و y بدست آورید. سه راهی در صفحه افقی قرار دارد و از تلفات صرف‌نظر می‌شود.



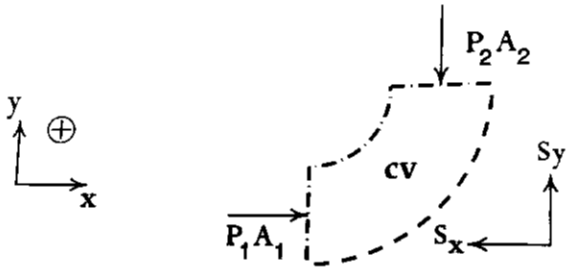


مثال ۳۱: پلان یک آب‌پاش گردان که در آن آب از لوله قائم واقع در وسط آن وارد و از دهانه‌هایی به مساحت هر یک ۱۰ سانتی‌مترمربع با سرعت ۵۰ متر بر ثانیه خارج می‌شود، در شکل زیر نشان داده شده است. نیروی لازم F را در شکل طوری تعیین کنید که از چرخش آب‌پاش جلوگیری نماید.

معادله گشتاور اندازه حرکت: حاصلضرب خارجی بردار نیرو و بردار مکان، گشتاور نیرو نامیده می‌شود.



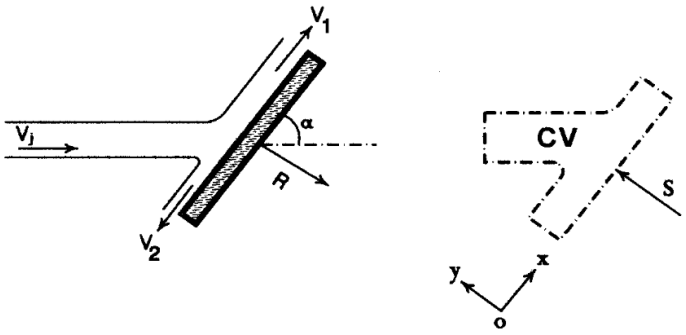
تمرین چهارم فصل چهارم: آب با دبی ۲۵۰ لیتر بر ثانیه در یک لوله به قطر ۳۰ سانتی‌متر جریان دارد. یک زانویی افقی ۹۰ درجه در لوله وجود دارد و فشار در ورودی زانویی ۲۰۰ کیلوپاسکال می‌باشد. مولفه‌های نیروی لازم برای نگه داشتن زانویی را در امتداد سرعت ورودی و در امتداد عمود بر آن بدست آورید. از تلفات صرف‌نظر شود.



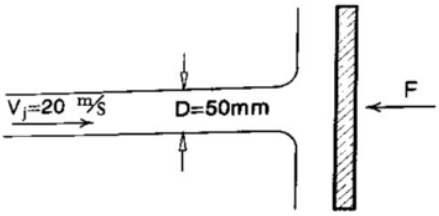
کاربردهای معادله اندازه حرکت: نیروی وارد بر دریچه در کانال‌های باز (هیدرولیک)، پرش هیدرولیکی (هیدرولیک)، جت مایع (نیروی وارد بر صفحات تخت، نیروی وارد بر سطوح منحنی)

جت مایع: در لوله‌ها نوع دیگری از جریان وجود دارد که در تماس با اتمسفر است، بدون آنکه با هوا مخلوط شود. این نوع جریان پر سرعت مایع، جت مایع و یا به اختصار جت نامیده می‌شود. جت مایع به اتمسفر تخلیه می‌شود، بنابراین فشار نسبی آن صفر است. همچنین جریان بدون اصطکاک است، بنابراین می‌توان در جریان تراکم ناپذیر، از معادله برنولی در حالت بدون افت استفاده کرد. از اثر نیروی وزن نیز صرف‌نظر می‌شود.

نیروی وارد بر صفحات تخت:

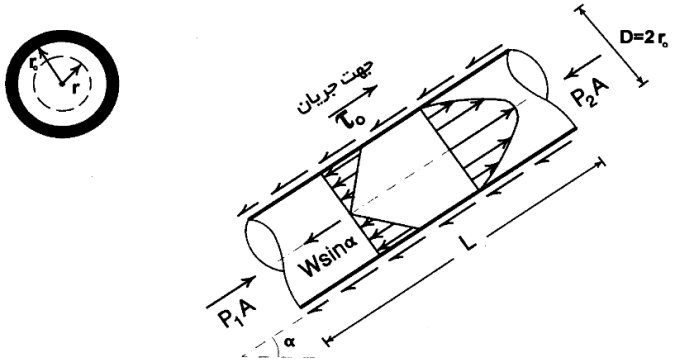


مثال ۳۲: در شکل زیر جت روغن با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه به صفحه برخورد می‌کند. نیروی لازم برای نگه داشتن صفحه را بدست آورید. چگالی نسبی روغن ۰/۸ است.



فصل پنجم: لوله‌ها

تنش برشی در لوله‌ها: (جریان دائمی، تراکم‌ناپذیر و یکنواخت)



با نوشتن معادله مومنتم در امتداد جریان برای حجم کنترل در داخل لوله خواهیم داشت:

$$\sum F=\rho Q(V_2-V_1) \xrightarrow[V_1=V_2]{\text{جریان یکنواخت}} \sum F=0 \rightarrow P_1A-W\sin\alpha-P_2A-\tau_0(\pi DL)=0 \longrightarrow (P_1-P_2)A-\gamma AL\sin\alpha=\pi\tau_0 DL$$

حال معادله برنولی را برای مرکز مقاطع ۱ و ۲ می‌نویسیم:

$$\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}+z_2+\frac{V_2^2}{2g}+\Delta H_{(1-2)}$$

می‌دانیم $V_1=V_2$ است و $Z_2-Z_1=L\sin\alpha$، پس بدست می‌آید:

$$(\frac{P_1-P_2}{\gamma})-L\sin\alpha=\Delta H\rightarrow(P_1-P_2)A-\gamma AL\sin\alpha=\Delta H\gamma A$$

با مقایسه روابط بدست آمده از معادلات مومنتم و برنولی خواهیم داشت:

$$\Delta H\gamma A=\pi\tau_0 DL\rightarrow\Delta H\gamma(\frac{\pi D^2}{4})=\pi\tau_0 DL\rightarrow\tau_0=\frac{\Delta H}{L}(\frac{\gamma D}{4})\rightarrow$$

$$\boxed{\tau_0=\frac{\Delta H\gamma D}{4L}=\frac{\Delta H\gamma r_0}{2L}}$$

که در این رابطه:

τ_0 = تنش برشی روی جداره لوله

ΔH = میزان افت انرژی ناشی از اصطکاک در طول L از جریان

L = طولی از جریان که در آن افت ΔH اتفاق افتاده است.

γ = وزن مخصوص سیال

D و r_0 = به ترتیب قطر و شعاع لوله

نکته ۱: رابطه فوق برای هر دو نوع رژیم جریان، یعنی آرام و آشفته، صادق است.

نکته ۲: اگر فاصله یک نقطه دلخواه سیال از محور هندسی لوله را با r نشان دهیم، ثابت می‌شود که تنش برشی در آن نقطه برابر است با:

$$\tau=\frac{\Delta H\gamma r}{2L}=\tau_0(\frac{r}{r_0})$$

بنابراین می‌توان گفت: تنش برشی در لوله دارای رابطه خطی با شعاع است و مقادیر حداکثر و حداقل آن به ترتیب در جداره‌ها ($r=r_0$ و $\tau_{max}=\tau_0$) و در محور هندسی لوله ($r=0$ و $\tau_{min}=0$) می‌باشد.

نکته ۳: اگر لوله مدور به صورت افقی باشد، در آن صورت خواهیم داشت:

$$z_1=z_2\rightarrow\Delta H\gamma=\Delta P\rightarrow\quad\tau_0=\frac{\Delta PD}{4L}=\frac{\Delta P}{L}(\frac{D}{4})$$

افت انرژی طولی: طبق تعریف، تنش برشی متوسط روی محیط مجرای تر شده (نیروی اصطکاک در واحد سطح جداره مجرا) طبق رابطه زیر بدست می‌آید:

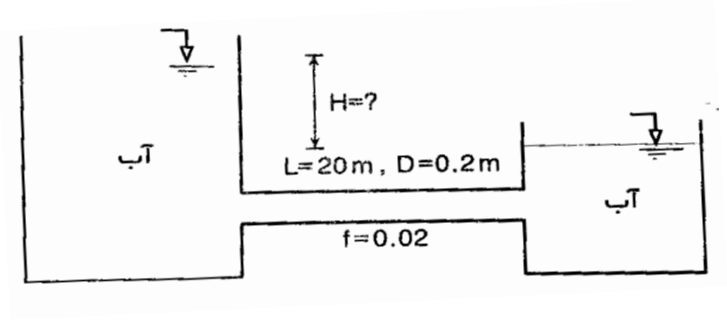
$$\tau_0=f(\frac{\rho V^2}{8})$$

در این رابطه که هم برای جریان آرام و هم جریان آشفته بکار می‌رود، V سرعت متوسط جریان، ρ دانسیته سیال و f **ضریب اصطکاک دارسی – ویسباخ** است. حال اگر مقدار τ_0 را از روابط ذکر شده با هم برابر قرار دهیم، خواهیم داشت:

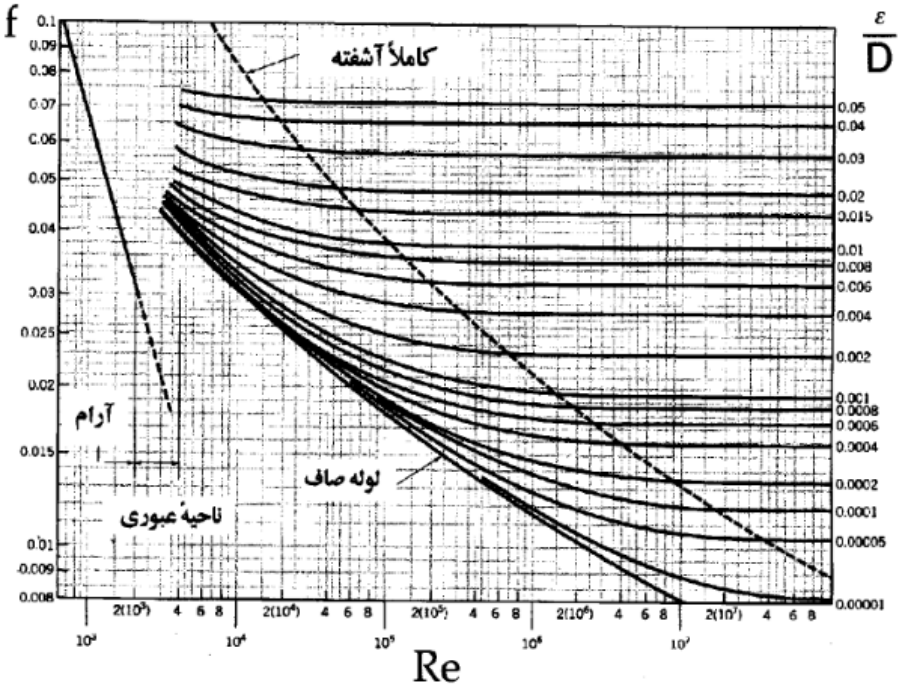
$$\begin{cases} \tau_0 = \dfrac{\Delta H_T \gamma D}{4L} \\ \tau_0 = f\left(\dfrac{\rho V^2}{8}\right) \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta H_T \rho g D}{4L} = \frac{f \rho V^2}{8} \longrightarrow \Delta H_T = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

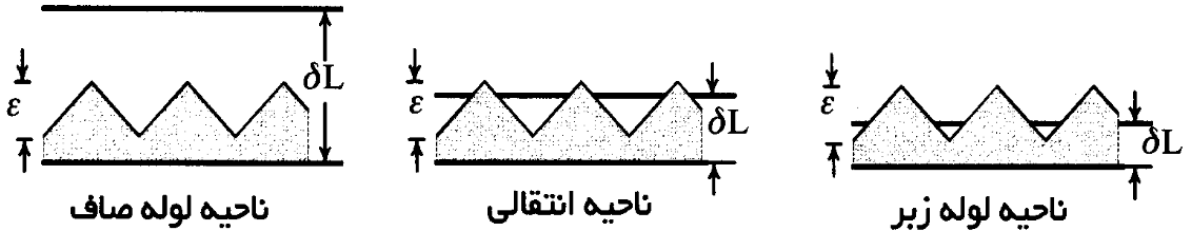
رابطه فوق معادله **دارسی – ویسباخ** نامیده می‌شود و افت انرژی طولی در لوله‌ها را برای دو نوع رژیم آرام و آشفته نشان می‌دهد.

مثال ۳۳: در شکل زیر مقدار $(f/D)(V^2/2g)$ برابر ۰/۰۷۵ است. اگر از افت‌های موضعی صرف نظر شود، مطلوبست تعیین: الف) مقدار ارتفاع H، ب)تنش برشی روی جدار لوله، ج) دبی جریان عبوری از لوله



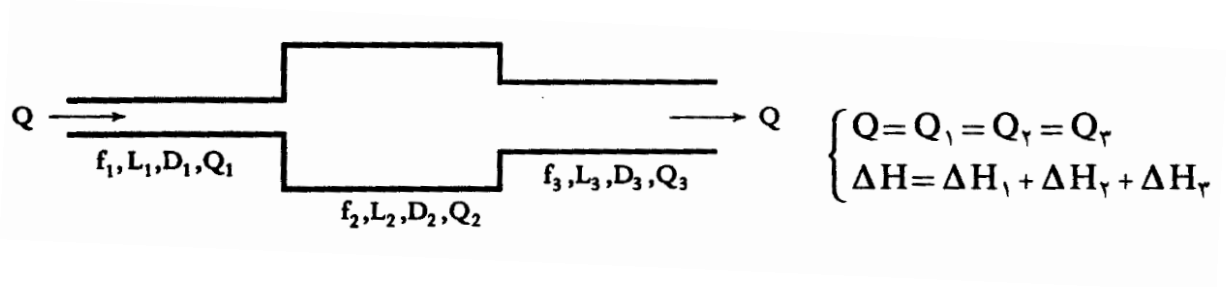
سوال: مقدار f ضریب اصطکاک دارسی – ویسباخ چگونه تعیین می‌شود؟ **مقدار** f را بایستی با انجام آزمایش تعیین کرد. با انجام آزمایش‌های مختلف، روابط و نمودارهای متفاوتی برای محاسبه **مقدار** f ارائه شده است تا در نهایت مودی (Moody) دیاگرامی را به نام دیاگرام مودی، شکل زیر، ارائه کرد که مبنای محاسباتی مسائل مربوط به تعیین ضریب اصطکاک است.



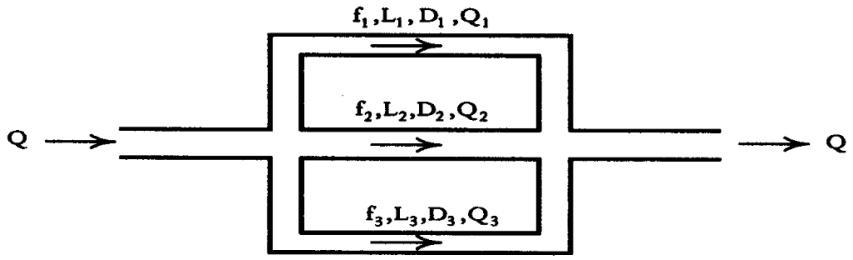


سیستم‌های چند لوله‌ای:

الف) لوله‌های سری: وقتی چند لوله با قطر یا زبری متفاوت طوری به هم متصل شوند که سیال ابتدا از یک لوله و سپس به ترتیب از بقیه لوله‌ها عبور کند، لوله‌ها به صورت سری به هم متصل شده‌اند.



ب) لوله‌های موازی: هرگاه چند لوله طوری به هم متصل شده باشند که مطابق شکل زیر، جریان ابتدا بین لوله‌ها تقسیم شود و سپس جریان‌ها دوباره به هم بپیوندد، گوییم لوله‌ها با یکدیگر موازی‌اند.



$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ \Delta H = \Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta H_3 \end{cases}$$

فصل ششم: آنالیز ابعادی

یکی از مباحث مورد توجه در مکانیک سیالات، شناخت کمیت‌های بدون بعد است. با استفاده از پارامترهای بدون بعد، می‌توان نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی مدل‌ها را عمومیت داده و آن‌ها را برای وضعیت فیزیکی متفاوت، در حالت واقعی بکار گرفت. هر کمیت فرعی را می‌توان بر حسب کمیت‌های اصلی یعنی طول (L)، جرم (M) و زمان (T) بیان کرد و بدین ترتیب، معادله ابعادی (دیمانسیون) آن کمیت را مشخص نمود. تعیین دیمانسیون یک کمیت، معمولاً از طریق حاصل‌ضرب یا تقسیم دیمانسیون کمیت‌های دیگر براحتی امکان‌پذیر است. به عنوان مثال، دیمانسیون سرعت و نیرو را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$[V] = [x] / [t] = L / T = LT^{-1}$$

$$[F] = [m] [a] = (M) (LT^{-2}) = MLT^{-2}$$

حال اگر گروهی از کمیت‌های مختلف هنگامی که در هم ضرب شوند یا به هم تقسیم گردند، نمایش ابعادی‌شان برابر **واحد** (یک) باشد، در آن صورت به آن یک **پارامتر بدون بعد** گفته می‌شود.

در جدول زیر برخی از کمیت‌های مهم در مکانیک سیالات همراه با علامت، واحد و دیمانسیون آن‌ها ارائه شده است.

کمیت	علامت	واحد (SI)	دیمانسیون
طول	L	m	L
جرم	m	kg	M
زمان	t	S	T
نیرو	F	$N= kg.m/s^2$	MLT^{-2}
سرعت	V	m/s	LT^{-1}
شتاب	a	m/s^2	LT^{-2}
شتاب جاذبه	g	m/s^2	LT^{-2}
مساحت	A	m^2	L^2
حجم	V یا ∀	m^3	L^3
زاویه	θ	rad	۱
سرعت زاویه‌ای	ω	rad/s	T^{-1}
فرکانس	f	$s^{-1}= Hz$	T^{-1}
فشار	P	$Pa= N/m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
تنش	τ	Pa	$ML^{-1}T^{-2}$
وزن مخصوص	γ	N/m^3	$ML^{-2}T^{-2}$
دانسیته	ρ	kg/m^3	ML^{-3}
دبی جرمی	$\dot{m}$	kg/s	MT^{-1}
دبی حجمی	Q	m^3/s	L^3T^{-1}
ویسکوزیته دینامیکی	μ	Pa.s= kg/m.s	$ML^{-1}T^{-1}$
ویسکوزیته سینماتیکی	ν	m^2/s	L^2T^{-1}
مدول الاستیسیته حجمی	K	Pa	$ML^{-1}T^{-2}$
کشش سطحی	σ	N/m	MT^{-2}
گشتاور	T	N.m	ML^2T^{-2}
کار	W	J= N.m	ML^2T^{-2}
انرژی	E	J	ML^2T^{-2}
توان	P یا N	W= J/s	ML^2T^{-3}

قضیه π باکینگهام: این قضیه ثابت می‌کند که هرگاه یک مسئله فیزیکی شامل n کمیت (متغیر) باشد، به طوری که در این کمیت‌ها، m بعد اصلی وجود داشته باشند، در آن صورت کمیت‌های فوق را می‌توان به صورت $j = n - m$ پارامتر بدون بعد مستقل، مرتب کرد. لازم به ذکر است که ابعاد اصلی ظاهر شونده در یک مسئله فیزیکی، **طول و جرم و زمان** می‌باشند. بنابراین حداکثر مقدار m برابر ۳ خواهد بود.

مثال ۳۳: در یک جریان متلاطم در داخل لوله صاف، افت انرژی در واحد طول $(\Delta H/L)$ تابعی از سرعت متوسط جریان، قطر لوله، شتاب ثقل، ویسکوزیته دینامیکی و جرم مخصوص سیال می‌باشد. مطلوبست تعیین پارامترهای بدون بعد در این مسئله با استفاده از قضیه π باکینگهام.

معرفی پارامترهای بدون بعد مهم: در اکثر پدیده‌های سیالات، متغیرهای جرم مخصوص (ρ)، سرعت (V)، طول (D یا L)، تغییر فشار (ΔP)، کشش سطحی (σ)، سرعت صوت (C)، لزجت (μ) و شتاب جاذبه (g) حائز اهمیت‌اند. حال اگر بخواهیم از این ۸ متغیر، پارامترهای بدون بعد بسازیم، طبق قضیه π باکینگهام و با توجه به اینکه هر سه کمیت اصلی در متغیرها ظاهر شده‌اند، به تعداد $j = n - m = 8 - 3 = 5$ پارامتر بی‌بعد خواهیم داشت که عبارتست از:

۱- عدد رینولدز

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

۲- عدد فرود

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{Lg}}$$

۳- عدد ماخ

$$M = \frac{V}{c}$$

۴- عدد وبر

$$W = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

۵- عدد اویلر

$$Eul = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

اعداد فوق که پارامترهای بدون بعد مهم در مکانیک سیالات نامیده می‌شوند، برای مرتبط کردن داده‌های تجربی بکار می‌روند و در واقع نسبت نیروی اینرسی و یکی از نیروهای موثر در حرکت سیال‌اند.

نیروهای موثر در حرکت سیال:

الف - نیروی لزجت:

$$F_\mu = \tau . A = \mu V L$$

ب - نیروی ثقل:

$$F_g = m g = \rho L^3 g$$

ج - نیروی فشار:

$$F_P = P . A = P L^2$$

د - نیروی کشش سطحی:

$$F_\sigma = \sigma . L$$

هـ- نیروی الاستیسیته:

$$F_k = K . A = K L^2$$

نیروی اینرسی: هرگاه برآیند نیروهای وارده بر یک جسم متحرک صفر نشود، این جسم براساس قانون دوم نیوتن دارای شتاب خواهد بود. چنین سیستمی از نیروهای نامتعادل را می‌توان با اضافه کردن نیروی F_i که برابر و در جهت مخالف برآیند نیروهای وارد بر جسم است، به سیستمی متعادل تبدیل کرد. نیروی F_i که باعث تعادل سیستم مذکور شده است، نیروی اینرسی نامیده می‌شود که می‌توان با لحاظ کردن آن برای حجم کنترل، در جریان یک سیال، نوشت:

$$F_i = \sum F = (\rho)\,(Q)\,(\Delta V) = \rho\, V^2 L^2$$