# استاتیک

« فصل اول»

## اصول ایستایی

الف ـ مکانیک : علمی را گویند که اجسام را کـه در وضعیتـهای سـکون و یـا حرکـت تحـت تـأثیر نیروهای وارده بررسی و تحلیل نماید:

علم مکانیک به سه قسمت زیر تقسیم می شود:

۱- مکانیک اجسام صلب (جامد) ← ایستائی(استاتیک) :اجسام ساکن مورد بررسی قرار می گیرد.
← پویایی «دینامیک »اجسام متحرک مورد بررسی قرار می گیرد

۲- مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر

۳- مکانیک شاره ها( سیالات )

## ب ـ مفاهیم پایه:

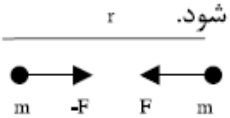
مفاهیم بنیادی که در مکانیک به کار برده می شوند عبارتند از :

۱- فضا: مکان هندسی نقاطی است که در آن میدان سه بعدی برای نقاط به کار برده می شود.

۲- زمان :علاوه بر مکان یک جسم،زمان وقوع یک جسم نیز مورد نظر است که واحدآن ثانیه است.

۳- شبکه مرجع: موقعیت نقاط در فضا نسبت به یک دستگاه هندسی مرجـع و بـا فواصـل و زوایـا مشخص می شود.

۴- نیرو:تأثیر یک جسم روی جسم دیگر رانیروگویند.نیرو با نقطه اثر بزرگی و جـهت اش مشـخص می شود.




۵- ماده: ماده عبارت است از جسمی که فضاگیر می باشد . یک جسم ماده ای توسـط یـک سـطح بسته محصور شده است.

۶- مانده (لختی) :خاصیتی از ماده است که تمایل دارد در برابر تغیـیر در حرکـت ایجـاد مقـاومت نماید.

۷- جرم:؛ معیاری کمی از ماند ( لختی )است. جرم همچنین خاصیتی از هر جسم است که همـواره با جاذبه متقابل آن جسم نسبت به اجسام دیگر همواره است.

۸- جسم صلب: جسمی است که بین ذراتش هیچ جابجائی نسبی موجود نباشد.

## ج) کمیت های عددی و برداری :

## کمیتهایی که در استاتیک بکار می آید بر دو نوعند.

۱- کمیت های عددی ۲- کمیت های برداری

۱- کمیت های عددی آنهائی هستند که فقط مقدار دارند مانند: زمان ،جرم و..

۲- کمیت های برداری علاوه بر مقدار دارای امتداد نیز می باشند نیرو

## قانون متوازی الاضلاع برای جمع بردارها:

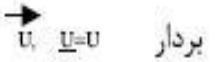
همانطوری که گفته شده در صورتی که به یک ذره دو نیرو تأثیر کند با توجه به اینکه نیروها بردار می باشند می بایستی از قانون جمع متوازی الاضلاع برداری یک نیرو به نام برآیند قراردارد که از رسم قطعه متوازی الاضلاع بدست می آید که در بخشهای بعد به تفضیل ذکر خواهدشد.

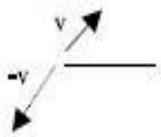
## اصل قابلیت انتقال:

اگر نیروی وارد بر نقطه معلومی از یک جسم صلب را بوسیله نیروی دیگری که یا اولی از لحاظ مقدار و جهت برابر ولی نقطه اثر آن متناوب است جایگزین کنیم وضعیت تعادل یـا حرکـت جسـم تغییر نمی کند.

## نحوه نمایش یک کمیت برداری:

یک کمیت برداری v توسط یک پاره خط که دارای راستای بردار بـوده و بوسـیله یـک علامـت پیکان جهت آن مشخص می شود نشان داده می شود.



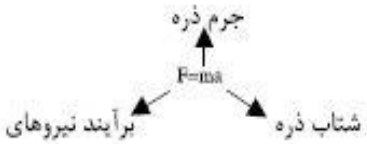
## دـ قوانین نیوتن :

### ۱- قانون اول:

هرگاه برآیند نیروهای وارد بر یک ذره صفر شود اگر در حال سکون باشد ساکن مـی مـاند. واگر در حال حرکت باشد به حرکت خود ادامه می دهد.

### قانون دوم:

شتاب یک ذره متناسب با برآیند نیروهائی ست که به آن وارد می گردند.




### قانون سوم:

نیروهای عمل و عکس العمل میان دو جسم از نظر مقدار برابرند و در خلاف جـهت یکدیـگر عمل می نمایند و در روی یک راستا واقع می باشند .

طبق قانون گرانش نیوتن که می گویند دو ذره به جرمهای m و M یکدیگررا با نیروهای مساوی و مختلف الجهت (-F,F)جذب می کنند بزرگی این نیروه ( F) از فرمول زیر بدست می آید که آن r فاصله بین دو ذره و G ثابت عمومی ؟؟؟؟؟ثابت گرانش است.

$$F = G.\frac{Mm}{r^2}$$

نتیجتاً مقدار ( W) وزن یک ذره به جرم m را می شود به صورت زیر بیان کرد.

$$w=m.g \qquad g = 9.81 m/s^2$$

### سیستمهای یکاها:

سیستمهای بین المللی یکاها (یکاهای SI)

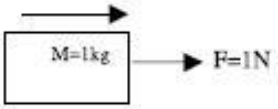
در طی سالها اخیرتقریباً کلیه کشورهای جهان سیستم بین المللی آحاد یا بـه زبـان فرانسـه (Systeme International) که مخفف آن SI می باشد را برای تمامی کارهای مهندسی و علوم انتخاب

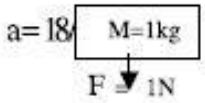
کردند. در این سیستم یکالهای اصلی ،یکالهای طول،جرم و زمان هستند که آنها را به ترتیب متر (M )و کیلوگرم ( Kg)و ثانیه ( s)می نامند.

یکای نیرو در این سیستم یک یکای فرعی است که به آن نیوتن ( N) می گوینـد و بنـا بـه تعریف یک نیوتن نیرویی است که به یک جرم یک کیلوگرمی شتابی برابر با $1^{m}/_{s^2}$ بدهد.

$$1N = (1kg)(1^{m}/_{s^2}) = 1kg - ^{m}/_{s^2}$$

$a = 1^{m}/_{s^2}$




**پیشوند واحد**

| نماد | پیشوند | مضرب (مقدار) |
|---|---|---|
| G | گیگا | $1000000000 = 10^{9}$ |
| M | مگا | $1000000 = 10^{6}$ |
| K | کیلو | $1000 = 10^{3}$ |
| m | میلی | $0.001=10^{-3}$ |
| $\mu$ | میکرو | $0.000001 = 10^{-6}$ |
| n | نانو | $0.000000001 = 10^{-9}$ |

1Mg=1000kg

1mm=0.001m

1KN=1000N

1km=1000m

1g=0.001kg

$3.82KN = 3082 \times 10^{3} mm$

3.82Km=3820m ,47.2mm=0.0472m

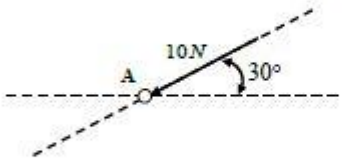
$47.2mm = 47.2 \times 10^{-3}$ mm

فصل دوم :

# استاتیک نقاط مادی

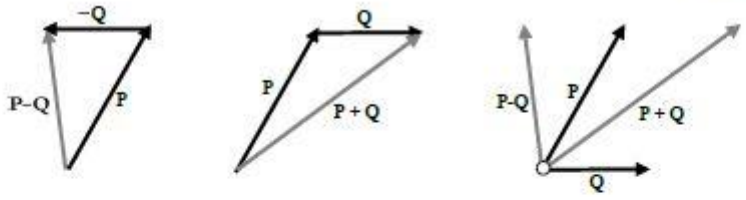
## استاتیک نقاط مادی (ذرات):

عملکرد یک جسم را روی جسم دیگر نیرو می نامند که توسط نقطه وارده ، مقدار و جهت آن مشخص می شود.
نیرو را توسط یک بردار نشان می دهند . یک بردار دارای مقدار ، خط اثر و جهتی مشخص است که آن را با یک پیکان نشان می دهند .

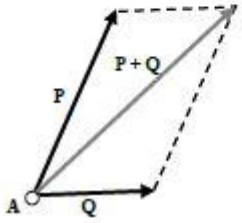



برای تجزیه و تحلیل یک جسم اهمیتی ندارد که نیرو به کدام نقطه ی آن وارد می شود تنها باید در امتدادخط اثر ش باشد. البته این موضوع تنها در مورد تجزیه و تحلیل نیروهای خارجی صدق می کند و برای نیروهای داخلی نقطه اثر نیرو باید دقیقا مشخص شده باشد.

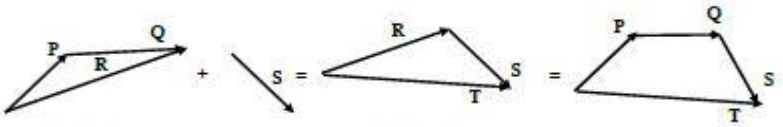
### جمع بردارها به روش مثلث :




### جمع بردارها به روش متوازی الاضلاع :



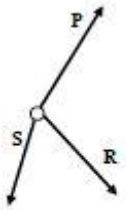

برای جمع سه بردار Q و P و S داریم :

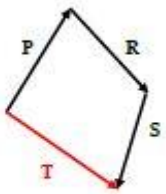



P +Q =R  R+S =T  P+Q+S=T

$$\vec{Q}+\vec{P}+\vec{S}=\vec{R}+\vec{S}=\mathrm{T}$$

برای چندین نیرو که از یک نقطه عبور می کنند :




$$\vec{R}+\vec{P}+\vec{S}=\vec{T}$$

## برآیند بردارها:

در برآیند بردارها در حالت کلی سه روش وجود دارد:

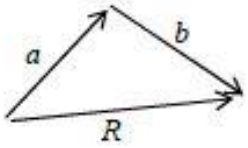
۱. روش مثلث ومتوازی الاضلاع

۲. روش بردارهای غیر ممتد

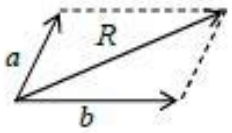
۳. روش محاسباتی

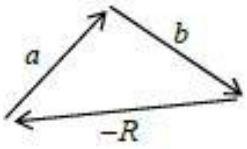
## روش مثلث ومتوازی الاضلاع:

روش مثلث:




روش متوازی الاضلاع:



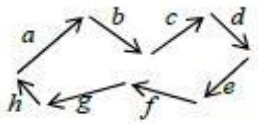

$$-R=a+b$$
$$\xrightarrow{\times -} R=-(a+b)=b-a$$

در روش جمع برداری به روش مثلث ها، ابتدا یک بردار (a) را رسم کرده سپس ابتدای بردار دومی (b) را به انتهای بردار اولی (a) وصل می کنیم و آنگاه ابتدای بردار اولی را به انتهای بر دار دومی رسم می کنیم که این بردار همان بردار برآیند خواهد بود.

در روش جمع برداری به روش متوازی الاضلاع، ابتدا دو بردار را از یک نقطه رسم کرده و سپس تصویر آنها در رو بروی آنها ترسیم نموده تا شکل به صورت متوازی الاضلاع در بیاد آنها قطر متوازای اضلاع همان بردار برآیند خواهد بود.

**روش بردارهای غیر ممتد:**

در اینگونه موارد حتماً بردار برآیند، برداری می‌باشد که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل کند.

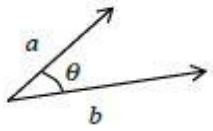



**نکته مهم:** در این سیستم هر گاه تمامی بردارها پشت سر همدیگر رسم شوند، تشکیل چرخه یا لوپ شده است وسیستم فاقد بردار برآیند است.

**روش محاسباتی:**

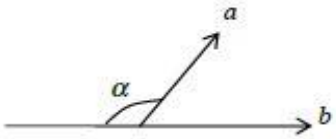
روش محاسباتی به دو صورت در تست‌ها معرفی می‌شوند:

**الف)** زمانی که مقدار عددی بردار داده شده باشد. در این حالت حتماً باید زاویه بین دو بردار داده شود.




$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\,Cos\theta$$

**فرمول برای زاویه خارجی:**




$$R^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,Cos\alpha$$

**تست** – مطلوب است برآیند دو بردار ۲۰ و ۳۰ نیوتنی در صورتی که زاویه بین آنها ۶۰ درجه باشد.

۱) ۱۹۰۰ ۲) ۱۹

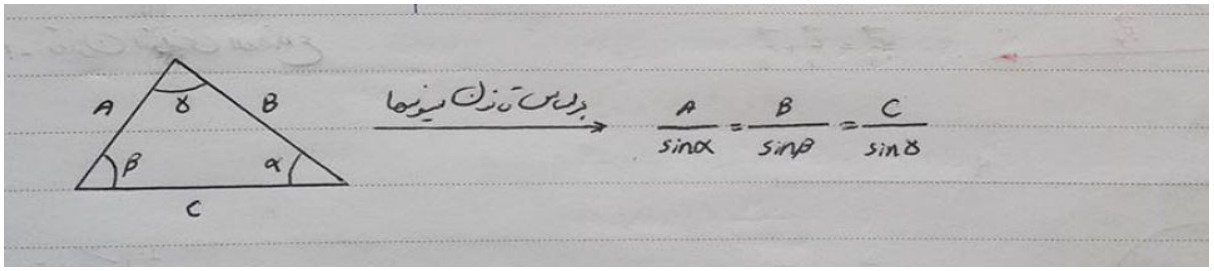
۳) $19\sqrt{10}$ ۴) $10\sqrt{19}$

$$R^2 = 20^2 + 30^2 + 2\times 20\times 30\times Cos\,60$$

$$\Rightarrow 400 + 900 + 600 = 1900 = 10\sqrt{19}$$

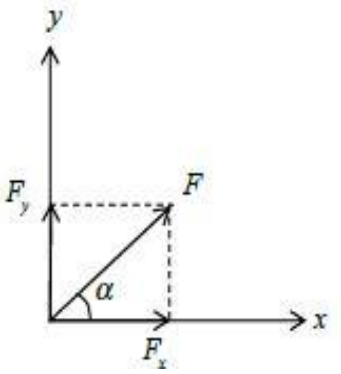
**نکته:** جواب را حتماً زیر رادیکال می‌بریم.

## ✓ قانون سینوسها در مثلث ها:



✓ **حالت خاص: هر گاه زاویه بین دو بردار ۹۰ درجه باشد می توان از رابطه زیر بردار برآیند آن دو بردار را بدست آوریم:**

$$R^2 = {F_x}^2 + {F_y}^2 \rightarrow R = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2}$$

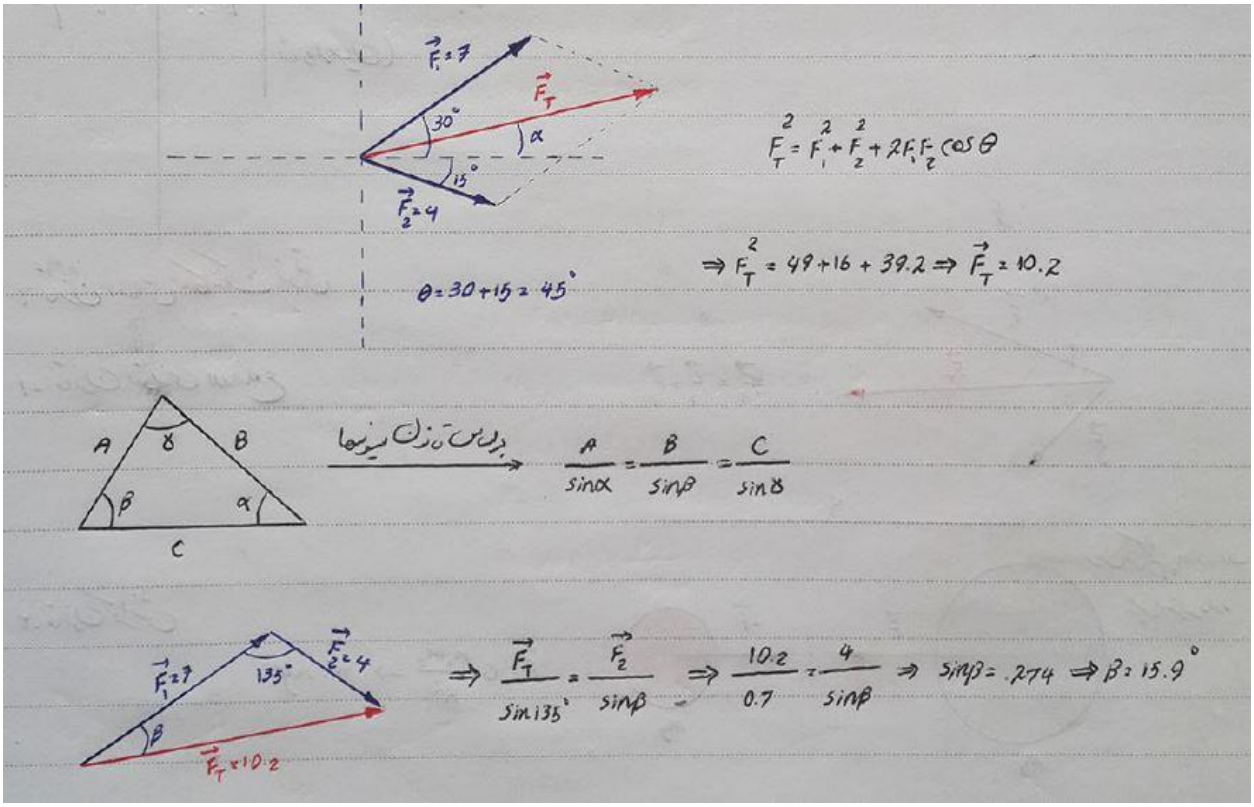



$$\tan\alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

مثال: با توجه به شکل زیر مطلوب است:

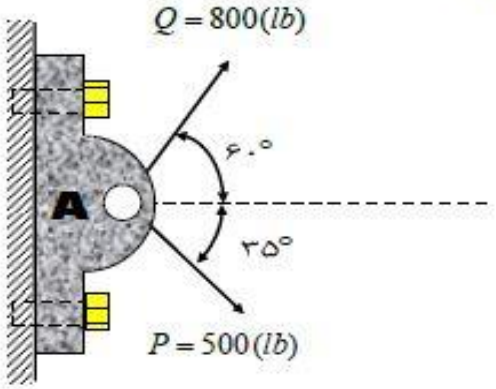
الف) محاسبه برآیند دو بردار

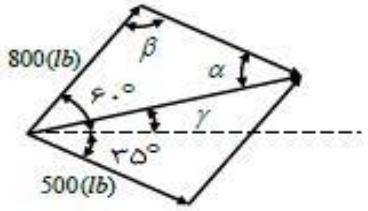
ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.




$$\alpha = 30 - \beta \rightarrow \alpha = 30 - 15.9 = 14.1$$

**مثال:** مطلوب است برایند دو نیروی $\vec{Q},\vec{P}$ و زایه ی آن با سطح افق :






---

با استفاده از قانون کوسینوسها :

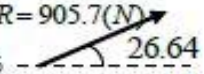
$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\theta \qquad (\beta = 85^0)$$

$$R = \sqrt{500^2 + 800^2 - 2\times 500\times 800\times \cos 85} = 905.7N$$

با استفاده از قانون سینوسها :

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin 85} \Rightarrow \frac{500}{\sin\alpha} = \frac{905.7}{\sin 85} \Rightarrow \alpha = 33.36$$

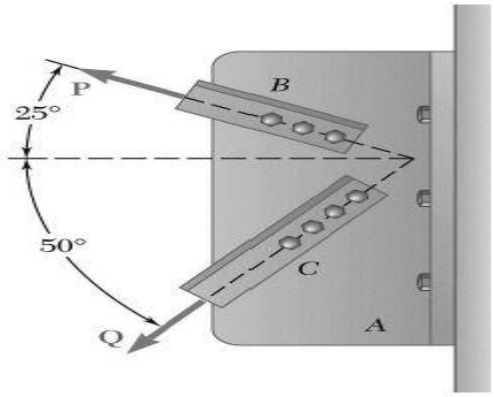
زاویه با افق: $\gamma = 60 - 33.36 = 26.64^\circ$




✓ تمرین: با توجه به شکل زیر مطلوب است:

الف) محاسبه برآیند دو بردار

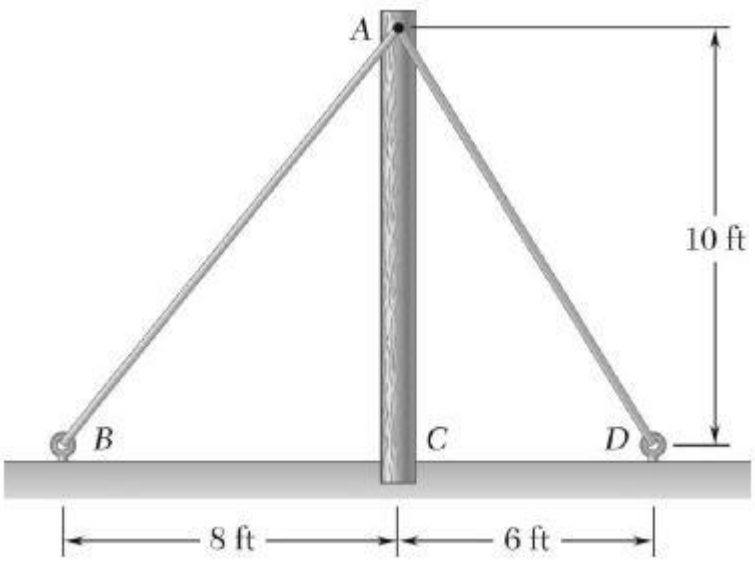
ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.



✓ تمرین: درشکل زیر قطعه AB بصورت عمود برزمین متصل شده است. مطلوب است:

الف) محاسبه برآیند دو بردار

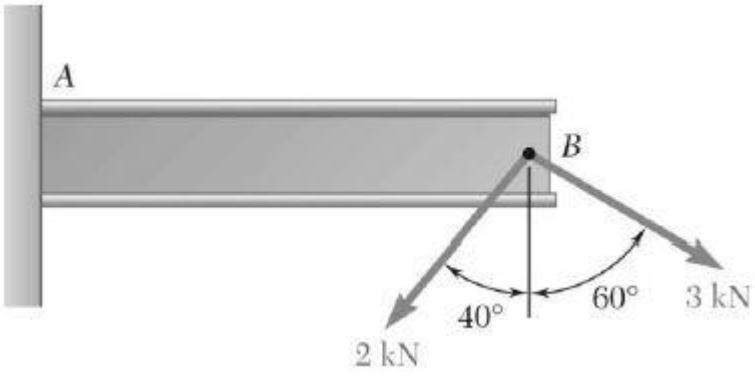
ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.




✓ تمرین: با توجه به شکل زیر مطلوب است:

الف) محاسبه برآیند دو بردار

ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.



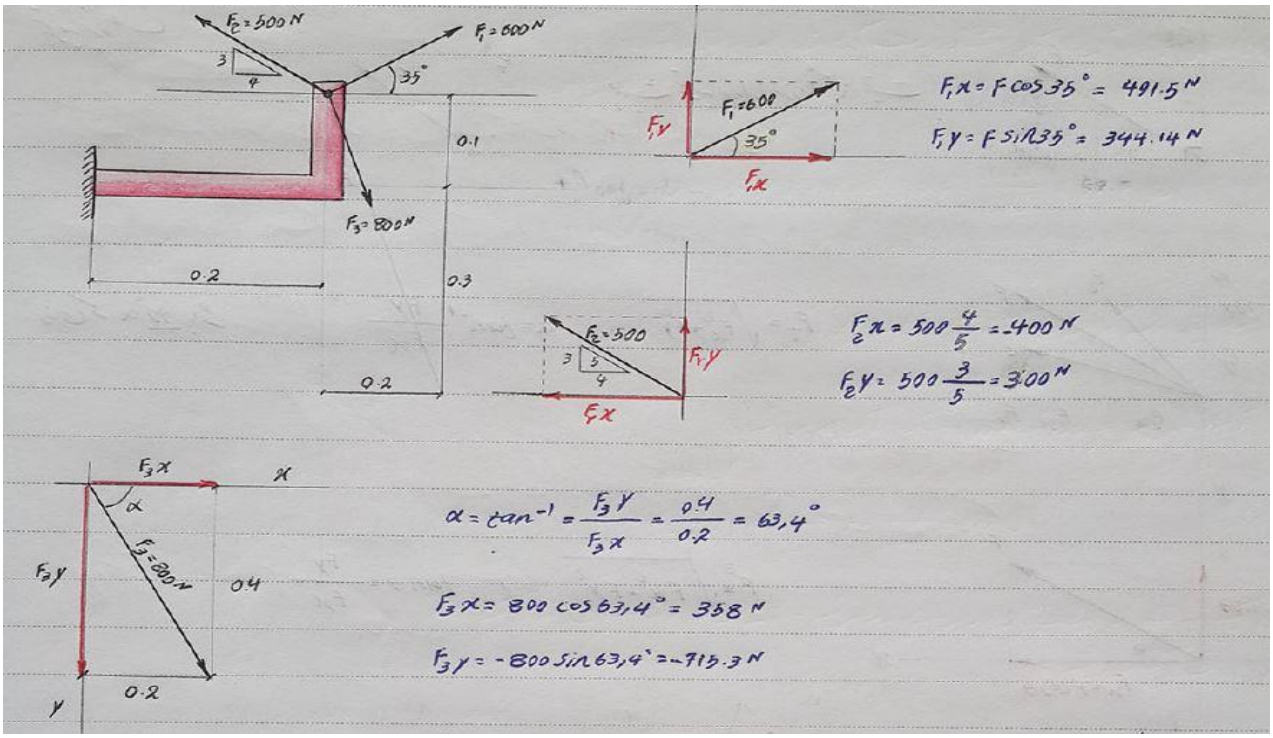
❖ تجزیه بردارها:

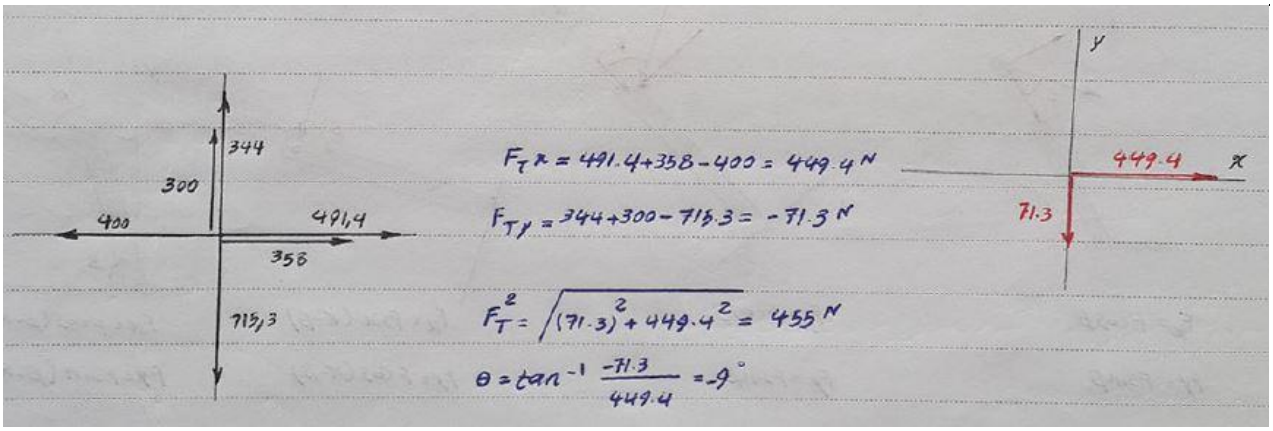
هرگاه بردارها بیش از دو بردار باشد،برای بدست آوردن بردار برآیند آنها باید ابتدا روی محورX ها و روی محور Y ها تجزیه کنیم .سپس تمام نیروهای تصویر شده روی محور X ها را جمع و تمام نیروهای تصویر شده روی محور Y ها را جمع کرده و با استفاده از قضیه فیثاغورث بردار برآیند را بدست می آوریم.برای محاسبه زاویه بردار برآیند با راستای افق از تانژانت استفاده می کنیم.

مثال: با توجه به شکل زیر مطلوب است:

الف) محاسبه برآیند بردارها

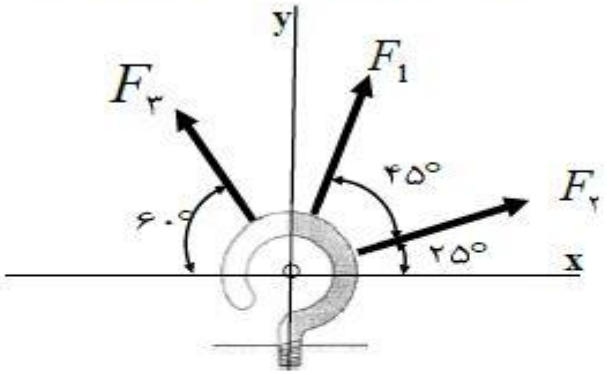
ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.



**مثال:** برایند نیروهای زیررا بیابید.

$$F_3 = 600\,(N),\ F_2 = 350\,(N),\ F_1 = 800\,(N)$$

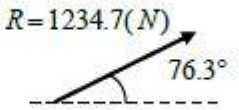



شکل 14.2

| نیرو | مقدار | $F_x$ | $F_y$ |
|---|---|---|---|
| $F_1$ | 800 | 800cos70 | 800sin70 |
| $F_2$ | 350 | 350cos25 | 350sin25 |
| $F_3$ | 600 | -600cos60 | 600cos60 |
| $R=\sum F_i$ | | +291 (N) | 1200 (N) |

$$R = 291\vec{i} + 1200\,\vec{j}$$

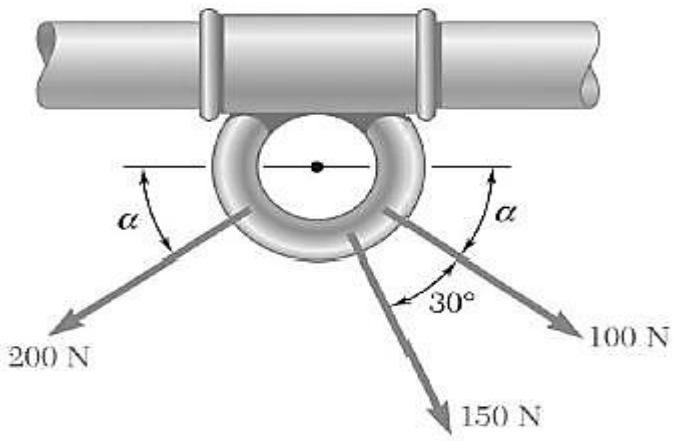
$$\theta = Arc\tan\frac{1200}{291} = 76.3°$$




مثال: با توجه به شکل زیر اگر $\alpha = 35^{\circ}$ باشد، مطلوب است:

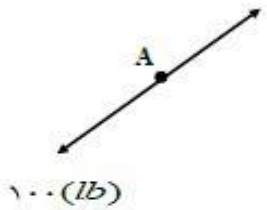
الف) محاسبه برآیند بردارها

ب) محاسبه زاویه بین بردار برآیند با راستای افق.



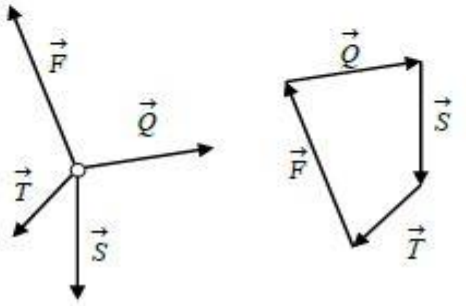
## تعادل یک ذره (نقطه)

اگر برآیند نیروهایی که روی یک جسم و یا یک ذره اثر می کنند برابر با صفر باشد ، آنگاه آن جسم در حال تعادل است.




$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

نقطه A در تعادل است




$$\vec{Q}+\vec{S}+\vec{T}+\vec{F}=0$$

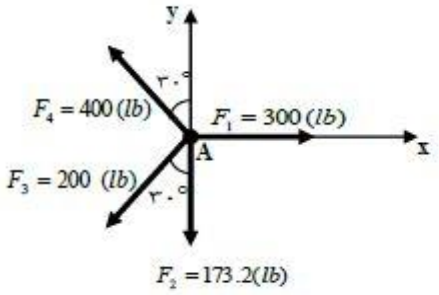
تعادل ذره :

برای آنکه یک ذره دارای تعادل باشد باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد در مسائل تعادل ذره ابتدا دیاگرام آزاد ذره را رسم می کنیم ، دیاگرام آزاد ذره شامل عامل نیروهای معلوم و مجهول وارد بر ذره است ، سپس برآیند برداری نیروی وارده بر ذره را گونه ای محاسبه می کنیم که برابر صفر شود برای این منظور می توان از روش حالهای مختلف جمع برداری مک گرفت به طور مثال اگر از روش تریسوری استفاده می کنیم بردارها را باید به صورت پیاپی سر به دم رسم کنیم که انتهای آخرین بردار بر ابتدای اولین بردار منطبق شود. اگر

از روش جمع مؤلفه ها استفاده می کنیم باید از سه معادله تعادل برمک بگیریم

$$\Sigma F_x = 0 \quad , \quad \Sigma F_y = 0 \quad , \quad \Sigma F_z = 0$$

**مثال:** آیا نقطه A در حال تعادل است؟



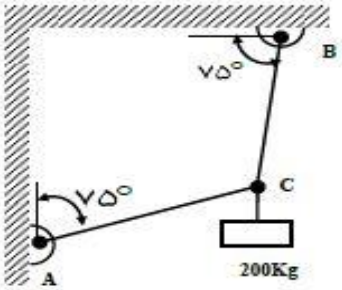

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0\ ,\ \sum F_y = 0$$

$$R_x = \sum F_x = 0:\ F_1 - F_3 \sin 30 - F_4 \sin 30 = 300 - 200\sin 30 - 400\sin 30 = 0$$

$$R_y = \sum F_y = 0: F_4 \cos 30 - F_3 \cos 30 - F_2 = 400\cos 30 - 200\cos 30 - 173 = 0$$

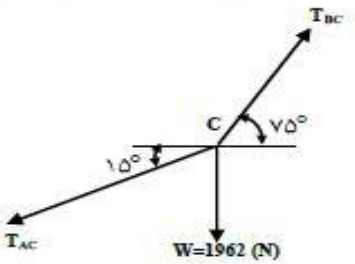
چون $R_x$ و $R_y$ هر دو صفر می‌باشند پس نقطه A در تعادل است.

**مثال:** کشش در طنابها را بدست آورید.
(W وزن جسم است)



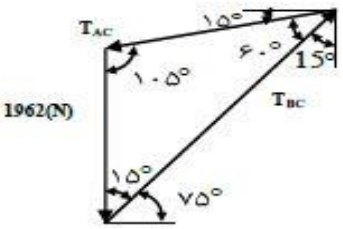

در مرحله اول باید همواره دیاگرام آزاد نیروها را رسم کنیم.

$$W = mg = ۲۰۰(۹.۸۱) = ۱۹۶۲\,(N)$$



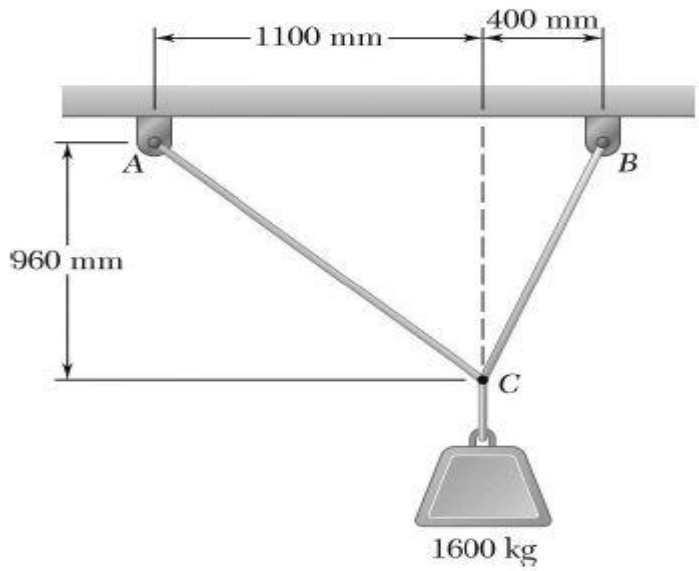

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow T_{AC}\sin\alpha + T_{BC}\sin\beta - W = 0$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \Rightarrow -T_{AC}\cos\alpha + T_{BC}\cos\beta = 0$$

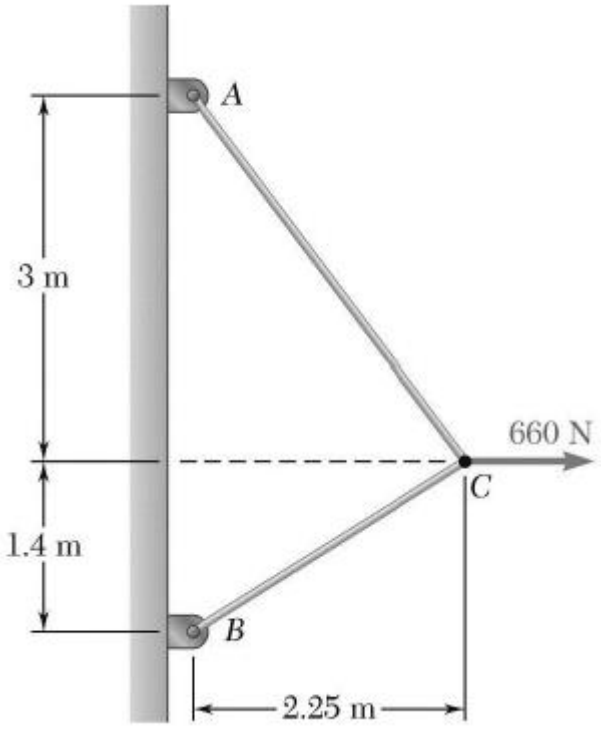



$$w = 1962\,(N)$$
$$T_{BC}\sin 15 - T_{AC}\cos 15 = 0$$
$$T_{BC}\cos 15 - T_{AC}\sin 15 - W = 0$$
$$\Rightarrow T_{AC} = 586.3(N)$$
$$\Rightarrow T_{BC} = 2188\,(N)$$

✓ تمرین: با توجه به شکل زیر، نیرو در کابلهای AC و BC را طوری بدست آورید که نقطه Cدر حال تعادل باشد.($g = 9.81\,{}^{m}/_{s^2}$)




✓ تمرین: با توجه به شکل زیر، نیرو در کابلهای AC و BC را طوری بدست آورید که نقطه Cدر حال تعادل باشد.



گشتاور:

طبیعت ست برداری که عامل به چرخاندن جسم حول نقطه یا محوری خاص را دارد گشتاور با توجه به جهت چرخشی که ایجاد می کند می تواند به صورت ساعتگرد یا پادساعتگرد تعریف شود به طور قرارداری گشتاور پادساعتگرد مثبت و ساعتگرد منفی فرض می شود

گشتاور یک نیرو حول نقطه ای خاص:

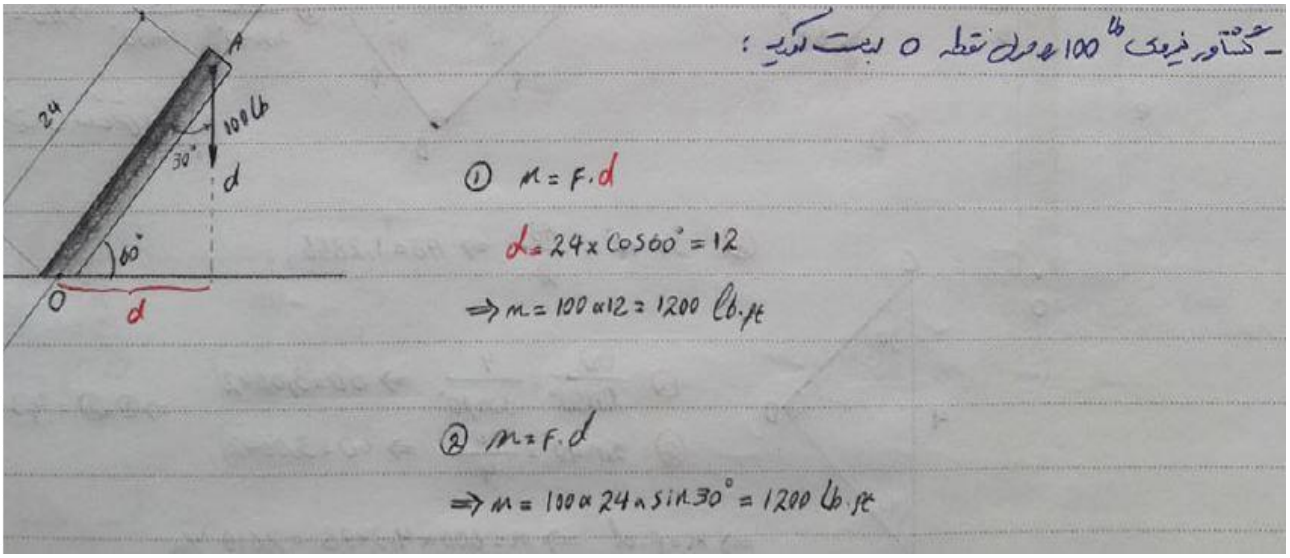
برای محاسبه گشتاور یک نیرو حول یک نقطه، ابتدا آن نقطه به نقطه ای را بعنوان مبدا در راستای نیرو، بردار $\vec{r}$ را رسم می کنیم ابتدای این بردار نقطه مورد نظر و انتهای آن در راستای نیرو قرار می گیرد، ضرب خارجی بردار $\vec{r}$ در بردار نیرو برابر بردار گشتاور خواهد شد

$$M_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

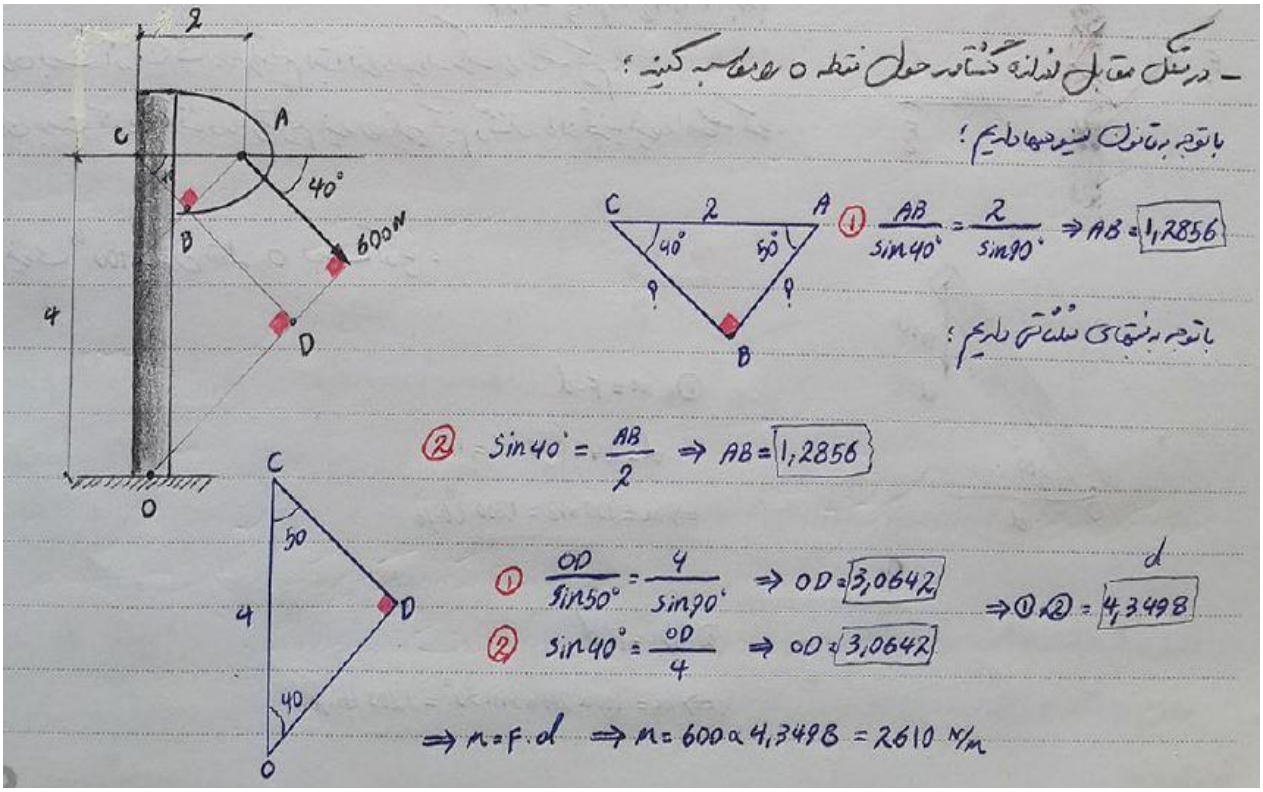
برای تشخیص جهت بردار گشتاور همانند حالت گفته شده در ضرب خارجی بردارها می توان از قانون دست راست یا کف گرفت

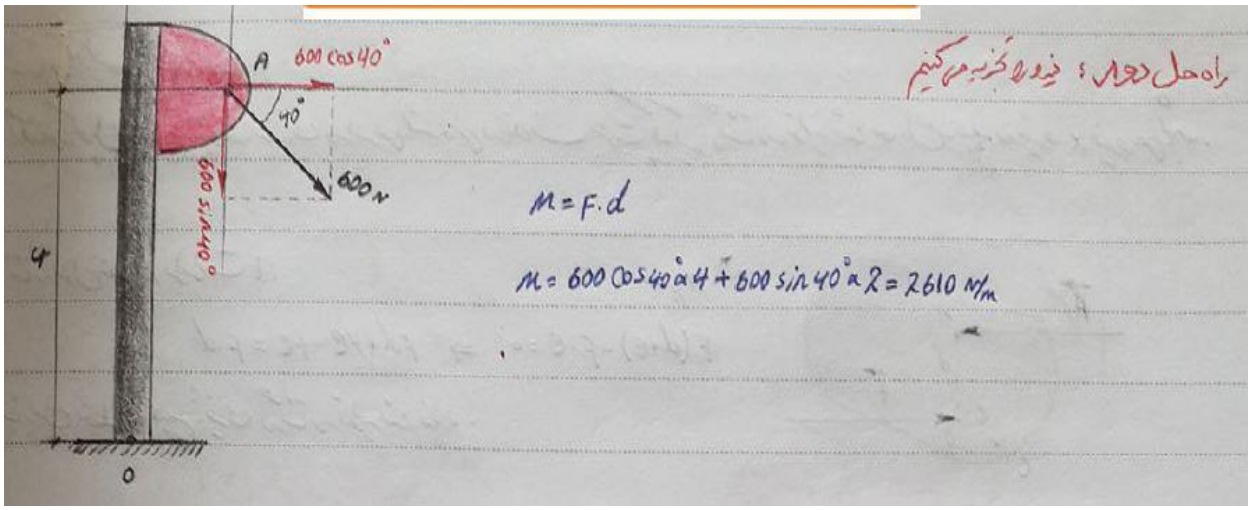
برای تشخیص بردار گشتاور به شکل دیگر می توان از دست راست یا کف گرفت در این حالت ابتدا باید تشخیص دهیم که گشتاور ساعتگرد است یا پادساعتگرد آنگاه دست راست را به گونه ای قرار می دهیم که چهار انگشت در جهت چرخش گشتاور باشد در این حالت انگشت شصت نشان دهنده جهت بردار گشتاور خواهد بود

مثال:



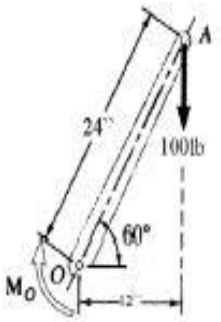
مثال:


2
C
A
40°
B
600N
4
D
O
50
40
C
2
A
40°
50°
B
$\frac{AB}{\sin 40^\circ} = \frac{2}{\sin 90^\circ} \Rightarrow AB = 1,2856$
$\sin 40^\circ = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 1,2856$
$\frac{OD}{\sin 50^\circ} = \frac{4}{\sin 90^\circ} \Rightarrow OD = 3,0642$
$\sin 40^\circ = \frac{OD}{4} \Rightarrow OD = 3,0642$
$\Rightarrow ①.② = 4,3498$
$\Rightarrow M = F.d \Rightarrow M = 600 \times 4,3498 = 2610\ N/m$


A
600 cos 40°
40°
600 sin 40°
600N
4
O
$M = F.d$
$M = 600\cos 40^\circ \times 4 + 600 \sin 40^\circ \times 2 = 2610\ N/m$

z

مثال: $M_o = ?$

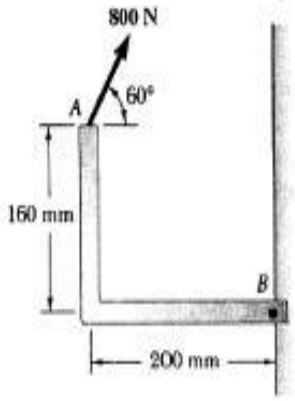


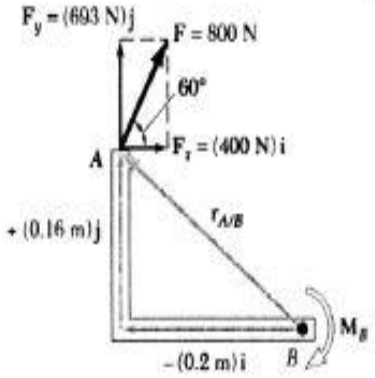

$$M = rF\,Sin\theta = Fd$$

$$= (100)(24\,Sin\,30°) = (100)(12)$$

$$M = 1200\ \ (lb.inch) \curvearrowright$$

مثال: $M_B = ?$




$$\vec{M} = \vec{r}_{A/B} \times \vec{F}$$

$$\vec{r}_{A/B} = -0.2\vec{i} + 0.16\vec{j} \quad (m)$$

$$\vec{F} = (800\,Cos\,60°)\vec{i} + (800\,Sin\,60°)\vec{j}$$

$$= 400\vec{i} + 693\vec{j} \quad (N)$$

$$\vec{M}_B = \left[-0.2\vec{i} + 0.16\vec{j}\right] \times \left[400\vec{i} + 693\vec{j}\right]$$

$$= -138.6\vec{k} - 64\vec{k} = -202.6\,\vec{k} \quad (N.m)$$

$$M = 202.6\ \ (N.m) \curvearrowright$$

## کوپل نیرو:

دو نیروی مساوی، متوازی و در جهت مخالف یک کوپل می‌سازند

گشتاور یک کوپل برابر حاصل ضرب مقدار نیرو در بازوی کوپل است

$M = F.d$

و یا اینکه می‌توان برداری عمود بر صفحه‌ای که نیروها در آن قرار دارند رسم کرد و جهت آن طوری انتخاب کرد که از دیدن انتهای بردار، حرکت عقربه‌های ساعت را ببینیم. بردار $\vec{M}$ را اینگونه تعریف می‌کنیم:

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

(بردار $\vec{r}$ برداری است که از نقطه‌ای بر بردار $\vec{F}$ به نقطه‌ای بر بردار $\vec{F}$ رسم می‌شود)

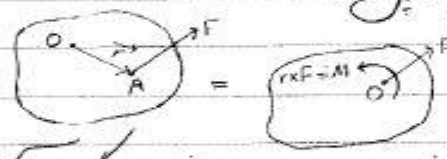
## کوپل‌های هم‌ارز:

دو کوپل را هم‌ارز گوییم که گشتاورهای آن‌ها برابر باشند

## جمع کردن کوپل‌ها:

با توجه به اینکه هر کوپل را می‌توان با یک بردار گشتاور نمایش داد، برای جمع کوپل‌ها می‌توان طبق قوانین جمع برداری آن‌ها را جمع کرد

## تجزیه نیروی مفروض به یک نیرو در نقطه O و یک کوپل:




به همین شکل می‌توان عمل برعکس را انجام داد

نیروی هر جسم وارد بر جسم صلب را می‌توان با یک نیرو و یک کوپل جایگزین کرد

جایگزین کردن چند نیرو و کوپل با یک نیرو و یک کوپل را برآیند می‌گویند

برآیند یک دستگاه نیرو و کوپل، نیرو و کوپلی است که با نیروها و کوپل‌های وارد بر جسم هم‌ارز باشد

برآیند نیروهای وارد بر جسم صلب، نیرویی است که با نیروهای وارد بر جسم هم‌ارز باشد

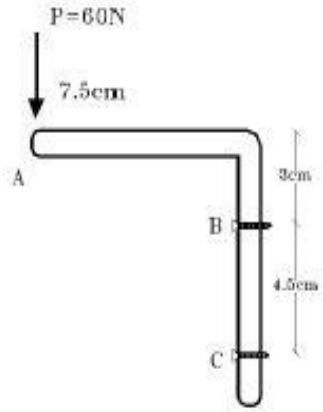
برآیند کوپل‌های وارد بر جسم صلب، کوپلی است که با کوپل‌های وارد بر جسم هم‌ارز باشد

**مثال:**

نیروی P در نقطه A داده شده است . این بخش توسط دو پیچ در نقاط B و C به دیوار نگهداشته شده است .

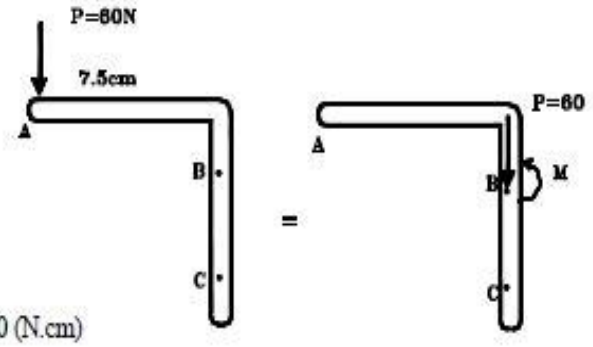
الف ) نیروی فوق را با یک سیستم نیروی معادل در نقطه B جایگزین کنید .

ب ) دو نیروی افقی در نقاط B و C بدست بیاورید که معادل کوپل بند الف باشد



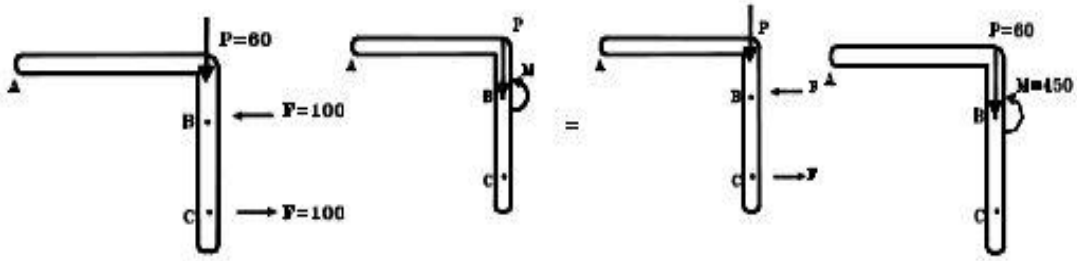

**حل:**

الف)




ب)

$M=P(7.5)=60(7.5)=450\ (N.cm)$




$F(4.5)=M$

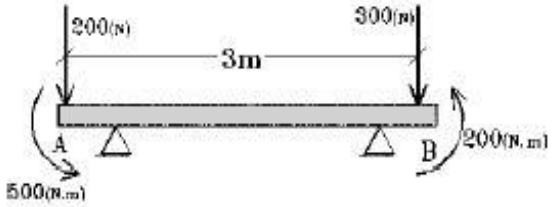
$F=450/4.5=100\ (N)$

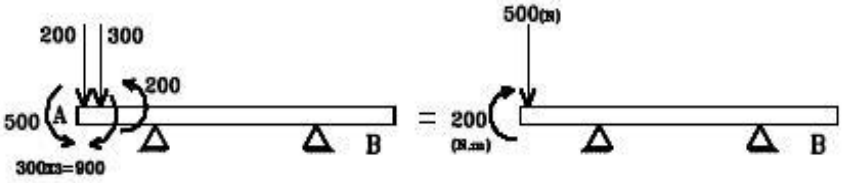
**مثال:** در تیر مقابل بدست آورید

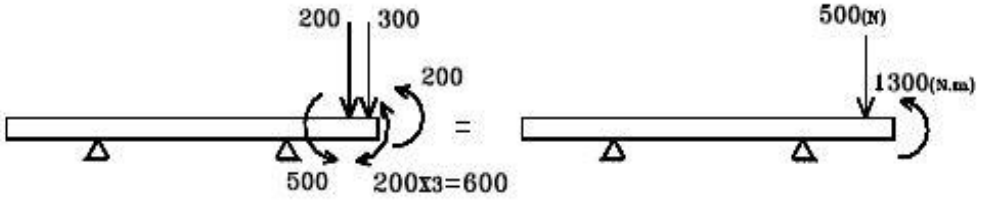
الف) سیستم معادل نیروهای مقابل در نقطه A بصورت نیرو – کوپل

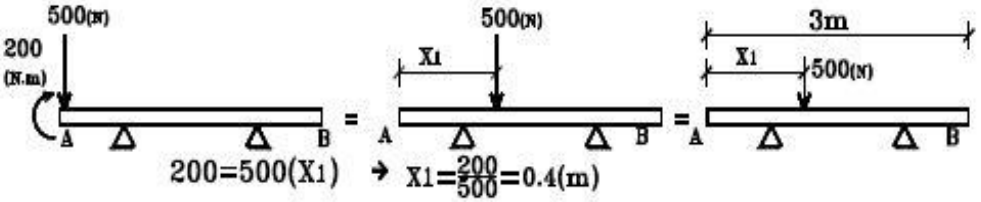
ب) سیستم معادل نیروهای مقابل در نقطهB بصورت نیرو – کوپل

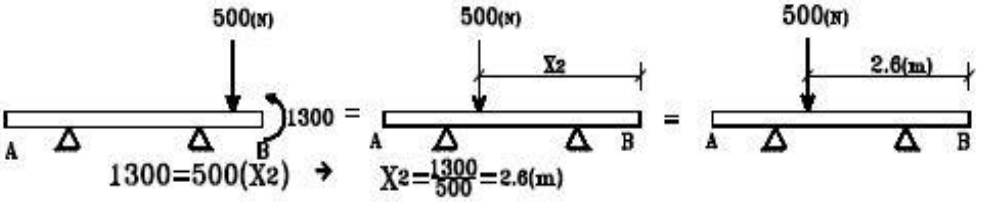
ج ) سیستم معادل بصورت یک نیرو آنها



**مثال:** مطلوبست برآیند نیروهای مقابل و سیستم معادل بصورت واحد و محل اثر آن .